

**TÍTOL: GEOMETRIA DEL TAXI****CLASSIFICACIÓ:**

GP	MD DAVM	ESO BAT	A / G / T20	CP	1
----	------------	------------	-------------	----	---

**DESCRIPCIÓ DEL MATERIAL:** Panell de suro sobre el qual hi ha dibuixada una quadrícula. Xinxetes de colors per clavar en el panell indicant posicions. Trames quadriculades sobre paper pel treball individual de l'alumnat.

**IMATGES:**

1

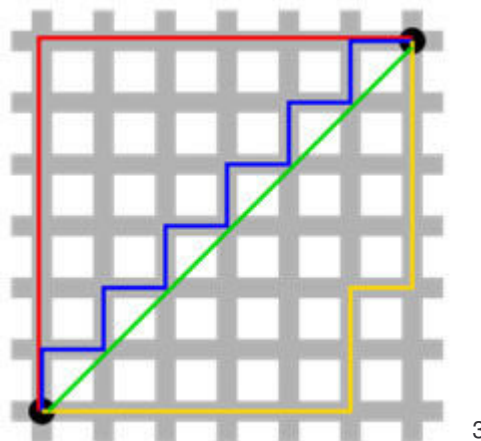
---

<sup>1</sup> Font de la imatge: Barcelona Field Studies Centre



**CONTINGUTS:** Geometria plana sintètica, geometria analítica, mètriques, raonament geomètric. Combinatòria.

**PROPOSTA D'APLICACIÓ DIDÀCTICA:** Suposem una zona urbana absolutament quadriculada amb blocs de cases iguals on els taxis tan sols poden aturar-se en les cruïlles de carrers. Per anar des d'una cruïlla de carrers a una altra, naturalment no podrem traslladar-nos en línia recta sinó que haurem d'anar resseguint els blocs de cases al llarg dels carrers. Així doncs la distància mínima entre dos punts d'aquesta geometria no és la distància euclídea sinó una altra de diferent. Vegeu el següent gràfic en el qual la distància euclídea està representada per la línia verda i la “*distància del taxi*” per les altres línies (vermella, blava i groga) que tenen la mateixa longitud.



Considerem doncs un pla quadriculat i, dins d'aquest pla, considerem els punts que es troben a les interseccions de la quadrícula. En la mètrica euclídea la distància entre el punt  $A = (x_A, y_A)$  i el punt  $B = (x_B, y_B)$  és  $d_E(A, B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$ . En la mètrica del taxi, també anomenada “*mètrica de Manhattan*” o “*distància  $L_1$* ”, la distància entre el punt  $A = (x_A, y_A)$  i el punt  $B = (x_B, y_B)$  és  $d_T(A, B) = |x_A - x_B| + |y_A - y_B|$ .

<sup>2</sup> Font de la imatge: [http://es.geocities.com/areaBCN\\_2005](http://es.geocities.com/areaBCN_2005)

<sup>3</sup> Font de la imatge: [http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Manhattan\\_distance.svg](http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Manhattan_distance.svg)

Pot demanar-se a l'alumnat que cerqui un mapa de Manhattan (Nova York) o miri aquest espai urbà des del Google Earth i, a partir del que observi, dedueixi el per què aquesta mètrica rep aquest nom. També pot observar un mapa o una fotografia de l'Eixample de Barcelona.

Les següents activitats podran ser plantejades a l'alumnat per què les explorin sobre els seus tramats en paper i facin les seves pròpies descobertes. Tanmateix, després, i per tal de sintetitzar i ordenar una mica la idees que hagin sorgit, pot convenir treballar conjuntament sobre el panell de suro, clavant-hi xinxetes de colors.

- Cercar distàncies entre punts i longituds de trajectes.
- Com seria una circumferència en aquesta geometria? En nivells més avançats podríem plantejar-nos com seria una el·lipse o una hipèrbola.
- Quin és el lloc geomètric dels punts que equidisten de dos punts donats, és a dir la seva mediatriu? En canviar la posició dels dos punts originals podem tenir sorpreses. A la pàgina web que es recomana al final d'aquesta fitxa pot trobar-se molta informació sobre aquest particular.
- En aquesta ciutat quadrícula (a la qual, si volem, podem fins i tot posar nom) acaba de ser elegida una alcaldessa que, en la campanya electoral ha promès instal·lar fonts en algunes cruïlles per tal que cap ciutadà/ana visqui a més de tres blocs de cases d'una de les fonts. Podríeu planificar on cal instal·lar les fonts per tal que l'alcaldessa pugui complir el seu compromís electoral?
- Situar sobre el mapa (el suro o el tramat) tres punts que determinen la posició de tres escoles i dividir raonadament la geografia urbana d'aquesta ciutat en tres zones de manera que cada zona agrupi els punts que estan més a prop d'una escola que de les altres dues. Es tracta d'un cas particular dels diagrames de Voronoi, conceptualment tan senzills i tan poc presents a l'educació secundària.
- Cercar, si existeix, un punt que equidisti de les tres escoles per instal·lar-hi un centre d'activitats esportives.
- Entre les moltes activitats possibles es poden proposar "gimcanes amb coordenades sobre trames quadrícula" a la recerca d'un "tresor".

**CONNEXIONS:** Les "mètriques especials" en la vida quotidiana, topologia del pla euclidià, educació visual i plàstica, història de l'urbanisme: podem esmentar la figura de l'enginyer Ildefons Cerdà que va planificar l'Eixample de Barcelona i que va ser un dels precursors de l'urbanisme racional. Itineraris urbans mínims.

**ALTRES COMENTARIS:** Es tracta d'un recurs molt fàcil de construir i molt sorprenent. L'Eixample de Barcelona és un bon exemple d'espai urbà amb una estructura de carrers en forma de xarxa rectangular. Manhattan (Nova

York) i algunes zones de Lisboa en són altres exemples. Podem plantejar també l'efecte que fa l'avinguda Diagonal sobre aquesta mètrica. Serà interessant consultar l'article "*La medida de distancia en Barcelona*" de K. E. Hirst<sup>4</sup> que presenta la mètrica resultant si es té en compte aquest efecte. La geometria del taxi fou ideada per Hermann Minkowski (1864-1909) com un exemple de geometria no euclídea. Entorn d'aquest recurs es poden desenvolupar activitats molt diferents que poden ser útils en nivells ben diversos (en algun aspecte, fins i tot a la universitat). Seria injust no esmentar aquí el treball que, per fer conèixer a casa nostra les possibilitats didàctiques d'aquest recurs, ha estat desenvolupant la professora Laia Saló que treballa a Helsinki. Si s'utilitza el panell de suro cal posar especial atenció amb les xinxetes, per això s'ha pujat una mica el nivell de risc. Observem que el moviment de les diferents fitxes d'escacs sobre un taulell d'escacs també segueix mètriques diferents segons la fitxa de què es tracti. Recomanem consultar la pàgina web següent que aporta molta informació sobre la geometria del taxi:

<http://cgm.cs.mcgill.ca/~godfried/teaching/projects.pr.98/tesson/taxi/644project.html>

---

<sup>4</sup> Hirst, K. E., "La medida de distancia en Barcelona". A: *SUMA*, Febrer 1997, núm. 24, pàg. 63-66.