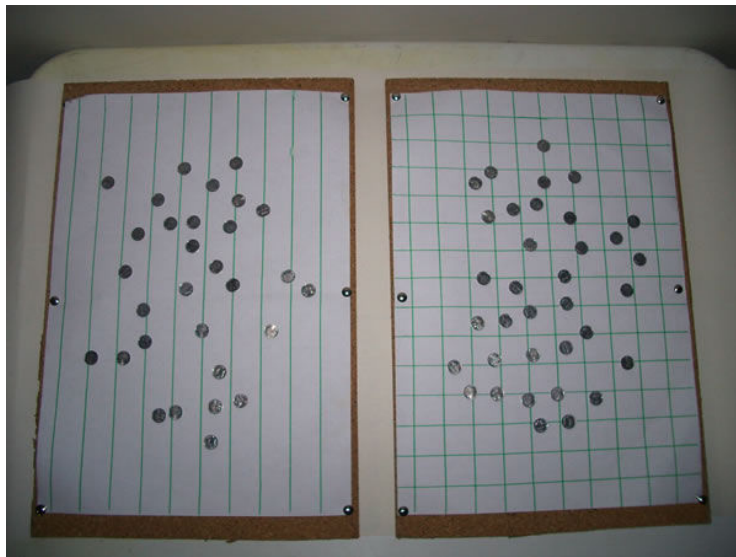


TÍTOL: LES MONEDES DE BUFFON

CLASSIFICACIÓ:	E	MD	3, 4 ESO	L A / G3 / T60	CP	0
	PR	DAVM	1 BAT		CA	

DESCRIPCIÓ DEL MATERIAL: Fulls DIN A3, regles llargs, retoladors, calculadora i moltes monedes iguals que no siguin massa grans (20 o 30 per grup). També serà interessant disposar de cinta adhesiva o de plaques de suro amb xinxetes.

IMATGE:



CONTINGUTS: Proporcionalitat, raonament geomètric, freqüències absolutes i freqüències relatives, definició de la probabilitat a partir de les freqüències relatives, definició de la probabilitat per la regla de Laplace.

PROPOSTA D'APLICACIÓ DIDÀCTICA: En la descripció que segueix plantejarem dues activitats que hem titulat "*Monedes sobre ratlles*" i "*Monedes sobre quadrícules*".

Monedes sobre ratlles.

Cada grup de tres alumnes, sobre un full DIN A3, dibuixarà un conjunt de rectes paral·leles separades una amplada igual a dues vegades el diàmetre de les monedes. Cal una cura especial en aquesta tasca.

Fixarem el full sobre la taula de manera que quedi ben pla. Pot usar-se cinta adhesiva o pot fixar-se amb xinxetes sobre una placa de suro.

Tirarem unes quantes monedes sobre l'enreixat, observarem que algunes toquen les línies i altres no en toquen cap i ens preguntarem quina és la probabilitat que la moneda no toqui cap ratlla. Els diferents grups formularan les seves conjectures.

Després els grups aniran tirant les monedes sobre la superfície ratllada i prendran nota de la quantitat de monedes que tiren i del nombre d'elles que no toquen cap línia. Cada cop que se'ls acabin les monedes tornaran a recollir-les i les tiraran de nou. Quan hagin tirat entre 300 i 400 monedes calcularan la freqüència relativa de les que no toquen cap de les ratlles i observaran que és un nombre molt proper a $\frac{1}{2}$.

Si s'acumulen les dades observades per tots els grups i es torna a calcular la freqüència relativa, en general, obtindrem una quantitat encara més ajustada a $\frac{1}{2}$. Correspon a la conjectura formulada?

Demanarem que coloreixin, amb un color diferent del de les ratlles, la zona on hauria de caure el centre de la moneda per tal que no arribés a tocar cap de les rectes. Fàcilment observaran que es tracta d'una franja centrada entre les ratlles i que té una amplada que és la meitat de l'amplada total de ratlla a ratlla, és a dir, el diàmetre d'una moneda. La relació entre l'àrea de la zona ratllada i l'àrea total és precisament de $\frac{1}{2}$.

Així s'observa la coincidència entre la probabilitat obtinguda experimentalment i l'obtinguda a partir del raonament geomètric.

Monedes sobre quadrícules.

Ara farem el mateix però sobre una quadrícula que haurem de dibuixar en un nou full DIN A3. El costat de cada quadre amidarà dues vegades el diàmetre de les monedes. Anirem tirant monedes sobre la superfície quadrículada i ens preguntarem quina és la probabilitat que una moneda no toqui cap ratlla. Un cop tirades entre 300 i 400 monedes calcularem la freqüència relativa d'aquest succés i observarem que és propera a $\frac{1}{4}$.

Abans de començar els alumnes i les alumnes poden haver formulat una nova conjectura que ara contrastaran.

Finalment demanarem que coloreixin la zona on hauria de caure el centre de la moneda per tal que no arribés a tocar cap de les ratlles. Fàcilment observaran que es tracta d'uns petits quadrats situats en el centre dels quadres de la quadrícula cadascun dels quals té una àrea que és la quarta part de l'àrea de tot el quadre. Així, de nou, constatarem la coincidència entre la probabilitat obtinguda experimentalment i l'obtinguda a partir del raonament geomètric.

S'adjunta el fragment de vídeo V22 que mostra una aplicació d'aquest recurs i també la proposta de guió G20.

CONNEXIONS: Geometria i probabilitat, dibuix tècnic. Història de la ciència.

ALTRES COMENTARIS: Serà bo emprar monedes petites per tal que la quadrícula

pugui ser més petita. Convé també que les monedes no siguin de curs legal. Nosaltres fem servir antigues pessetes que eren molt petites i pesaven molt poc. També poden emprar-se altres peces circulars que poden trobar-se a les ferreteries. Es tracta d'una activitat molt interessant per posar de manifest com, mitjançant consideracions geomètriques, podem deduir resultats de probabilitats. Aquesta activitat, com l'anomenada *agulla de Buffon* a la que dediquem una altra fitxa (F100), fou ideada per Georges Louis Leclerc (1707-1788), comte de Buffon, que la va descriure en un treball titulat "*Essai d'arithmétique morale*" (1777). A continuació transcrivim, en el seu original francès donat l'interès històric del document, aquest paràgraf especialment significatiu on defensa el fet que la geometria pot ser un instrument tan vàlid com l'anàlisi per treballar la probabilitat:

« L'Analyse est le seul instrument dont on se soit servi jusqu'à ce jour dans la science des probabilités, pour déterminer et fixer les rapports du hasard; la Géométrie paraissait peu propre à un ouvrage aussi délié; cependant si l'on y regarde de près, il sera facile de reconnaître que cet avantage de l'Analyse sur la Géométrie est tout à fait accidentel, et que le hasard selon qu'il est modifié et conditionné, se trouve du ressort de la géométrie aussi bien que de celui de l'analyse(...) »¹

¹ Georges Louis Leclerc, comte de Buffon, "*Essai d'arithmétique morale*", 1777.