

Nom i Cognom

Curs i Grup

Data:

La història de quan una suma d'infinits termes no és infinit.

(La suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica decreixent)

http://www.xtec.cat/~ebraso/visual/algebra/suma_prog_geom/suma_prog_geomv2.htm

Una progressió geomètrica és una successió en que cada terme és igual a l'anterior multiplicat per una quantitat constant anomenada **raó** (r), ja que s'obté al dividir un terme per l'anterior.

Quina de les següents successions és una progressió geomètrica? Encercla la resposta i dona el valor de r si és el cas.

- | | | |
|--|---------------|------------------------|
| a) 2, 20, 200, 2000,... | no | si amb r=10 |
| b) 4, 44, 444, 4444, 44444, | no | si amb r=10 |
| c) 5, -5, 5, -5, 5, -5, ... | no | si amb r= -1 |
| d) 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, ... | no | si amb r= 0.1 |
| e) 6561, 2187, 729, 243, ... | no | si amb r= 1/3 |
| f) 3'45698, 34'5698, 345'698, 3456'98, ... | no | si amb r= 10 |
| g) 3, 1.95, 1.2675, 0.823875, ... | no | si amb r=0,65 |

Completa les frases:

Les progressions geomètriques amb raó major que **1** són creixents.

Les progressions geomètriques amb raó entre 0 i 1 són **decreixents**.

Les progressions geomètriques amb raó **negativa** són oscil·lants.

Vés a la [pàgina web](#) o obre la construcció de GeoGebra i modifica amb els lliscadors els valors d'a i r per tal que representi la progressió geomètrica anterior g). Quin és el valor que dona el GeoGebra per la seva suma?

$$S = 3 + 1.95 + 1.2675 + 0.823875 + \dots = \mathbf{8.57}$$

De la construcció de GeoGebra resultant, completa la següent figura amb :

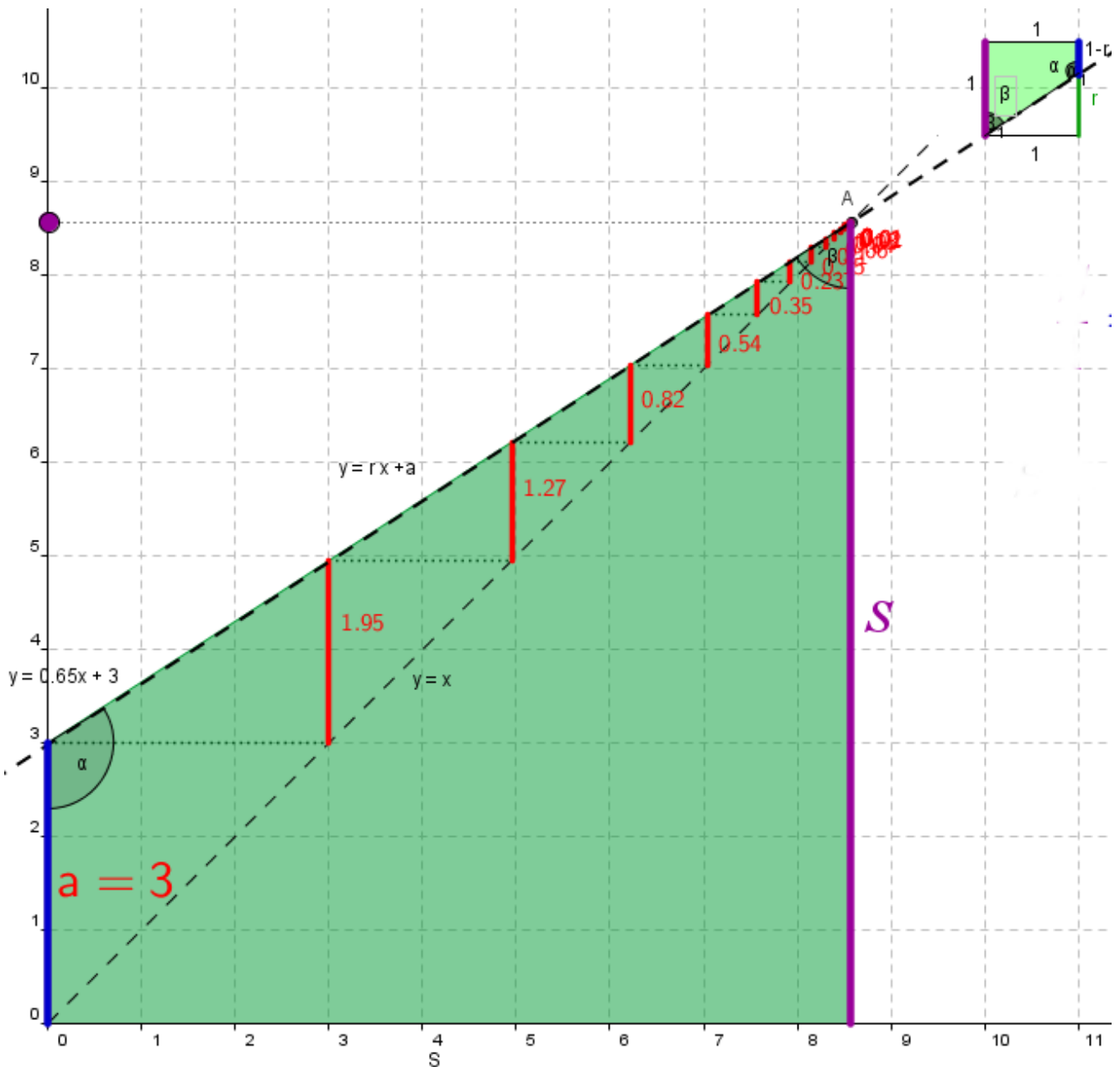
- **la recta $y=x$**
- **la recta $y= ax+r$**
- **el quadrilàter verd gran**
- **El segment S de color lila**

Cadascun dels trapezis rectangles de color verd té dos costats iguals, quins són?

S i **S** pel gran i **1** i **1** pel petit

Cadascun dels trapezis rectangles de color verd té dos angles iguals de **90°**

Assenyala els altres dos angles de cada trapezi amb **α** i **β** de forma que es corresponguin.



Escriu la proporció entre els costats dels trapezidis rectangles que permet deduir la fórmula de la suma, tal com està al GeoGebra.

$$\frac{S}{1} = \frac{a}{1-r}$$

$$S = \frac{3}{1-0.65} = 8.57$$

Fes la operació $3/(1-0.65) = 8.57143$ (dona una precisió de 100 mil·lèsimes)

I per acabar, una aplicació pràctica del món econòmic:

Si un banc central posa en circulació una quantitat de diners a_0 , i obliga als bancs a mantenir un coeficient de caixa del 0.025 (els bancs han de conservar líquid el 2.5% dels dipòsits i poden fer préstecs amb l'altre

97.5%) com que aquest 97.5% d'una forma o altre, es dipositarà en un altre banc que el pot tornar a fer servir per fer més préstecs i així successivament, la quantitat de diners efectivament injectada en el sistema és $S = a_0 + a_0 \cdot 0.975 + a_0 \cdot 0.975^2 + a_0 \cdot 0.975^3 + \dots = a_0 / (1 - 0.975)$

Seguint el model, calcula els diners que efectivament circularan de 7000 milions de € si el coeficient de caixa és del 0.04.

$$r = 1 - 0.04 = 0.96 \quad S = 7 \cdot 10^9 / 0.96 = 7292 \text{ milions d'€}$$

Referències i enllaços:

La pàgina web és

http://www.xtec.cat/~ebraso/visual/algebra/suma_prog_geom/suma_prog_geom2.htm

La construcció està, a més al més, al GeogebraTube:

<http://www.geogebraTube.org/material/show/id/22014>