

F. GRAELL I DENIEL

A PROPÒSIT DE LA CINEMÀTICA
ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

QUADERNS DE FILOSOFIA

38

F. GRAELL I DENIEL

**A PROPÒSIT DE LA CINEMÀTICA
ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA**

38

QUADERNS DE FILOSOFIA

Barcelona 2024

3ª edició juliol 2024 [2ª edició març 2019
1ª edició gener 2014]

© F.Graell i Deniel
ISBN: 978-84-938454-7-6

www.dossier.graell
www.quadernsdefilosofia.cat
www.xtec.cat/~fgraell

E-mail: fgraell@xtec.cat

El web permet de baixar la còpia d'un qualsevol quadern editat i de les noves edicions.

Podeu fer ús de l'adreça electrònica per a qualsevol correspondència amb *Quaderns de Filosofia*.

Es prega de tenir en compte sempre de consultar si hi ha una nova edició (que inclou canvis de vegades prou rellevants) en el web esmentat.

CONTINGUT

Pròleg a la segona edició, 7.

Pròleg a la tercera edició, 7.

PRESENTACIÓ, 9.

I

EL TEMPS PUR, 11

II

EL MOVIMENT UNIFORME, 14

§1. Nota a la representació per gràfics, 17.

III

EL TEMPS FÍSIC

§1. Introducció al temps físic, 19.

§2. El temps físic dels rellotges, 20.

§3. L'ús del rellotge en els moviments, 22.

§4. El temps físic del rellotge i de totes les coses, 23.

§5. Sobre l'any, el dia i l'hora en l'*Almagest*, 24.

§7. El gran rellotge dels cels (seguint l'exemplarització geocèntrica), 27.

IV

LA VELOCITAT COM A RELACIÓ DE MOVIMENTS DEL CAS EFECTIU AL TEÒRIC

§1. La velocitat mitjana efectiva, 31.

§2. La velocitat mitjana teòrica, 32.

§3. La velocitat instantània com a límit, 33.

V
LA TEORIA DEL MOVIMENT
UNIFORMEMENT ACCELERAT

- §1. Un preàmbul medievalitzant, 35.
- §2. La proporcionalitat entre la velocitat i els temps físics del Rellotge, 37.

VI
EXCURSOS

- §1. Una interpretació de la proporcionalitat, 41.
- §2. A propòsit d'una acceleració constant, 42.
- §3. El moviment resultant com a integral, 42.
- §4. Una nota afegida per a la velocitat i l'acceleració, 44.

VII
SOBRE L'ESTUDI TEÒRIC, 46

Pròleg a la segona edició.

La revisió del quadern prové del canvi en la interpretació del que es quantifica en un moviment. En el primer escrit es quantificava sols allò estàtic compromès, i calia fer alguna perífrasi per a comprendre que fos quelcom propi seu. Ara s'estableix que es compta els moviments i les parts del moviment.

La nova posició feia que es comparés dos processos a l'hora d'establir la velocitat, cosa que posava en relleu la dificultat d'assumir que el temps del rellotge hagués d'entomar-se com a un afer extern al moviment que controla. L'acarament dels processos semblava exterioritzar-los. I mirant la utilitat de la comparació, i la circumstància que bastava pragmàticament col·locar costat per costat l'un compte i l'altre, podria semblar que no calia cap altra aproximació.

Tanmateix hem rebutjat d'admetre que la velocitat d'un moviment no fos precisament propi seu, i que la comparació amb el temps no explicités també alguna cosa seva. Tot plegat demanava que s'assenyalés com era això possible. Fet i fet havia de ser quelcom que pogués passar desapercebut a la mirada utilitària i que facilités que es pensés en l'esdeveniment i es pensés en la seva velocitat.

El lector serà convidat doncs a repassar breument què es comprèn per temps físic i quins són els seu supòsits. Certament no podem recular més en tot això, malgrat que s'hi troba algunes indicacions a *El temps i el moviment natural* (QF6); si més no el quadern és autosuficient, i no sembla freturar de més preàmbuls.

La relectura ha permès també de revisar tots els paràgrafs, àdhuc d'eliminar-ne algun, i d'agençar-los pel fet que sempre sembla romandre-hi expressions no prou reeixides, esments innecessaris i explicacions amb algun punt de confusió, restant doncs un treball que invitem el lector a seguir-lo amb el desig que sigui del seu interès.

Pròleg a la tercera edició

S'ha afegit algun apartat per a especificar millor la diferència entre temps físic i temps pur. S'ha superat la relació entre l'espai com a trajecte, i el moviment implicat, pel fet que s'hi explicita la

integració (raó) d'espai i moviment, i per tant es venç l'oposició entre la primera i la segona edició. I sobretot s'ha canviat l'orientació del que s'havia escrit a propòsit del moviment uniforme i de l'uniformement accelerat. La filosofia no posa en net els guanys aconseguits en física, sinó que considera afers sobreentesos que estima rellevants per a la racionalitat. Amb la qual cosa es deu potser obrir la porta a una interpretació genuïna del que és la tasca teòrica.

PRESENTACIÓ

La pregunta per què es repensa la cinemàtica clàssica, quan sembla un dels estudis més reeixits, es pot respondre de la següent manera: l'eficàcia del que s'hi exposa no lleva al capdavall la consideració tranquil·la del que s'hi ensenya.

Les nocions bàsiques de la cinemàtica es troben ben formulades i prou acabades, i gairebé valen i s'assumeixen per si mateixes. Funcionen soles.

No hi ha res a dir quan s'hi treballa, i són una meravellosa adquisició cultural.

Tanmateix algú ha de mirar-s'ho, no pas per a discutir una millora en llur presentació, sinó per a adonar-se que el savi repertori dels nocions cinemàtiques no sembla un afer simple quan es considera els diversos nivells que conté, tots creuats d'un sol cop per la ment que s'hi capté amb espontaneïtat, i quan s'és capaç d'admetre que l'assumpció que aquests estudis pressuposen fora d'un tall paral·lel a d'altres duts a terme, amb la circumstància favorable de poder fer ús de la quantificació, i pel fet afortunat que els esdeveniments naturals permeten relacions fructuoses.

El tarannà dels estudis naturals ha permès l'acumulació de resultants, ha facilitat un rigor major en llur presentació, ha estat el revulsiu de nous treballs formals i de noves investigacions, ha fet possible que la rigidesa en allò que és un adquirit permeti llançar-se en el que encara no es domina. I sobretot mai no es tindrà prou present que hi ha intervingut una munió d'homes genials i una gernació d'investigadors: que darrera de tot el que ja és un adquirit (i d'allò que està llest cara a d'altres problemes) s'hi troba el pòsit d'una ingent tasca, que supera sense cap dubte la possible d'un sol individu qualsevol que hi hagi participat.

¿Ha d'estranyar doncs que la modèstia esdevingui una de les característiques urgents d'aquell que vol considerar alguns afers d'aquest tipus per més bàsics que siguin, per més senzills que se suposin?

Cal creure, amb Duhem, que la física teòrica no està subordinada a la metafísica. Ell defensaria també que cal provar d'apropar-se a un

esclariment de la seva mateixa activitat. I potser sigui encertat d'assenyalar que la física deu gaudir d'una rellevància extraordinària a l'hora de fer qüestió del lloc de l'home en el cosmos. Perquè – malgrat tots els qui ho neguen – el físic fita comprendre, i perquè manifesta en la seva activitat allò de què és capaç l'home mateix.

S'assaja en el present quadern de circumscriure's a una de les parts més bàsiques d'aquest tipus d'estudis. S'hi troba sols alguns apunts de molts pocs afers tot deixant un gran nombre de qüestions i de precisions. Si més no les presentacions actuals de la cinemàtica s'ofereixen com una resultant dels estudis anteriors, i cada aspecte mereixeria un tractament singularitzat.

Es toca doncs una aproximació als temps i a alguns moviments. L'objectiu consisteix a apuntalar quelcom que caldrà continuar. Hom sempre es troba recomençant la reflexió quan tracta els afers des dels dubtes i les prevencions. Car aquí no hi ha res definitivament conclòs com sigui que depèn de l'actitud conjunta que s'agafa cara als altres i a les coses. Interpretar l'activitat humana suposa assumir un risc: la solidesa de la cinemàtica fa de suport a l'hora d'afrontar-lo.

I

EL TEMPS PUR

El temps deu ser algun dels afers més comuns, i alhora no resta gens clar què és quan se'l pren com a tema. S'accepta de grat que hi ha maneres diferents de comprendre'l.

La ciència natural gaudeix de múltiples característiques, una de les quals sens dubte es troba en la quantificació assumida com sigui i com es pugui en els estudis.

Des de l'antigor la introducció dels aspectes quantitativs en els esdeveniments ha plasmat l'empremta singular de l'ésser humà: la comanda de tornar en tres dies, el desig de veure algú per la tarda, l'esment de l'estona d'espera, expressaven relacions entre esdeveniments. Sols la mirada clarivident de l'home s'adona de la rellevància dels processos diaris del Sol, de mes lunar, dels canvis estacionals, del retorn de l'any, mentre hi ha una munió de tràfecs, de viatges, de treballs.

Des de sempre s'ha pres consciència de la simultaneïtat dels esdeveniments, i s'ha sabut alguna quantificació dels esdeveniments naturals. La filosofia s'obliga, tanmateix, a establir algunes distincions per tal de comprendre l'espontaneïtat que relaciona el curs dels esdeveniment de la natura i el curs dels afers humans.

1. Ocorre que l'enllaç del temps amb el moviment natural ha de ser estudiat amb més detall, altrament no implicaria ni poc ni molt cap tipus d'avaluació per al procés natural.

Mentre el temps és un apuntament¹, se'l pot tractar amb una relativa independència des d'alguns continguts característics, en especial des dels moviments.

En efecte una manera fàcil d'assumir alguna cosa quan s'*explicita* temps es troba a entomar-lo amb quelcom relacionat amb el moviment, i àdhuc es pot suggerir sense por de fer-ho amb la mera noció del moviment (de canvi, de procés). Per tant la temporalitat

¹ Cf. *El temps i el moviment natural* QF6, i *Introducció a la filosofia* QF50.

d'aquest moviment no es lliura des de cap moviment efectiu, sinó des de la idealitat d'un moviment.

Un tal transcórrer temporal pur s'ofereix doncs com a quelcom a pensar a propòsit d'una manera específica d'explicitar temps, que no ho fa com a mer apuntament. *Es tracta d'un moviment ideal temporalitzat*, i l'anomenem per abreujar *temps pur*, *transcórrer pur*, *procés pur*, etc.

El temps pur és bàsicament el del moviment ideal, el mer transcórrer: la intensitat d'aquest moure's no seria ni molta ni poca perquè, per dir-ho així, seria una mera intensitat, o l'absoluta, aquella que es trobaria enllà d'una qualsevol altra intensitat. La circumstància d'explicitar-ho com a temps es rebla pel fet que el moviment ideal és esdeveniment ideal, i el temps és esdeveniment de l'activitat. És a dir: l'esdeveniment ideal és copsat mentre esdevé activitat i, és clar, permet també *explicitar-se amb aquest temps*.

El temps pur és una manera d'explicitar el temps com a apuntament de l'activitat: en aquest cas des de l'esdeveniment pur del moviment.

Per tant aquest temps pur és el d'un mer moviment (esdevenir), i passa; versemblantment es traspassa d'un afer a l'altre sense solució de continuïtat, de manera que tant es considera una duració com un moviment ideal.

2. La necessitat de defensar un temps pur deriva d'alguna circumstància que estudiarem més endavant i que ara sols podem esbossar.

Assumim un moviment. La velocitat, per exemple, es copsa a partir dels espais recorreguts i del temps físic en un rellotge. Però s'hauria de decidir si el temps físic és també quelcom del mateix moviment que s'estudia, o sols del procés del rellotge. No deu ser difícil de defensar que és del moviment que s'estudia i que no es tracta sols d'una relació en la diferència entre el que fa el mòbil i el temps en el rellotge. La velocitat és del moviment del mòbil. Però llavors cal postular alguna identitat entre aquest moviment i el temps físic en el rellotge, i això sembla que dugui a copsar el moviment del mòbil efectuant-se a través d'una duració i pur passar, mentre que el temps

físic del rellotge també ho faria, de manera que, per la identitat del mer transcórrer, aquest temps en el rellotge lliuraria una expressió del temps del moviment del mòbil. Això valdria igual, és clar, si es tractés d'un procés d'una qualsevol mena, i no d'un simple moviment.

Algú suggeriria així i tot que aquest temps pur l'hauríem après del rellotge universal per excel·lència que seria el moviment diari i l'annual. Versemblantment l'home d'un passat remot hauria pogut aprendre dels cicles naturals, o si més no enllaçat amb aquests cicles, que hi ha un temps natural més o menys regular. Però el temps natural, que no seria sols moviment perquè explicitaria temps, tampoc no fora el temps d'un dia sense alguna cosa més. El temps d'un dia, se'l comprendria a través de la duració d'un pur passar. De fet un dia més veloç o menys veloç no sembla inconcebible, mentre el temps (pur) el concebem amb una intensitat absoluta. El temps del dia no seria sols caracteritzat pel moviment diari, sinó també pel fet d'efectuar-se a través de la duració d'un mer passar.

II EL MOVIMENT UNIFORME

El moviment uniforme s'estima en general com a mer moviment inalterable, constant, pel fet que no hi ha cap motiu per a no tenir-lo així.

¿Ha de sorprendre que s'associés des d'antic un moviment (per exemple, el primer moviment dels cels) a aquest moviment singular, amb l'afegit que havia de ser circular? ¿No sembla una obvietat que el moviment uniforme és el que transcorre uniformement, i per tant recorre un trajecte igual en iguals circumstàncies?

Ara bé: el moviment uniforme, que és sempre ideal, pot avaluar-se amb diferents intensitats. Mentre el contingut del pur transcórrer és independent d'un específica intensitat, el moviment uniforme es pot adjectivar de més ràpid o més lent.

1. Versemblantment no hi ha un moviment uniforme natural, per tant ens trobaríem en un terreny d'idealitat, i no hi hauria cap inconvenient d'estimar-lo un pur passar, un mateix transcórrer, que no va ni més de pressa ni més a poc a poc.

Per tant no hi hauria manera de defensar diferents moviments uniformes amb distintes velocitats si sols hi hagués un moviment d'intensitat uniforme absoluta.

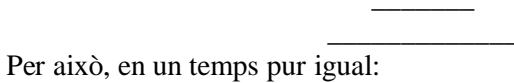
Cal doncs la imaginació que permet suposar diferents intensitats de moviment uniforme: avancem a través de la imatge una especificació de la idea de regularitat. Es perd aspectes ideals gràcies a un cert desdoblament o desidealització per tal de lliurar-ne plasmacions. Sols perquè es fa així s'imagina-pensa una pluralitat gràcies a l'extensió mentre manté el transcórrer pur: però llavors apareixen moviments regulars diversos.

Hi ha temps pur i moviments regulars.

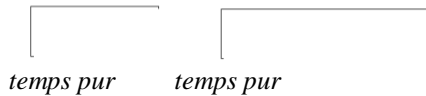
Aquest temps pur, se'l podria representar per una línia contínua, exemple de regularitat i d'uniformitat, o per mitjà d'un símbol que s'interpretés segons quelcom uniforme i homogeni, àdhuc a tall de mer seguici d'unitats sempre iguals.

Es pot representar el temps pur com es vulgui pel fet que una qualsevol afiguració serà merament simbòlica tractant-se de l'adonament d'un ens ideal.

2. Si la representació del temps pur es fa simbòlicament, la d'un dels moviments regulars no es pot dur-se a terme d'una altra manera, mentre es convé de respectar alguna distinció entre moviments regulars diversos, que només es podria fer per l'espectre imaginat que s'hi implica. Per exemple, dos moviments regulars faran en el mateix temps pur:

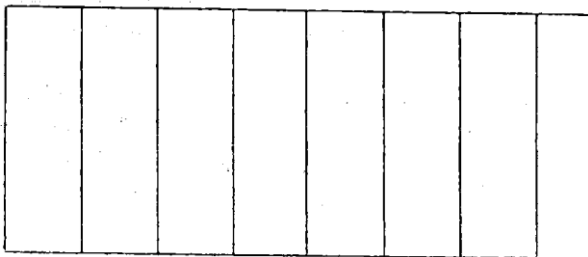


Per això, en un temps pur igual:



i es podria estimar que el paral·lelogram que tanquessin expressaria el moviment que hi ha hagut en aquell temps pur. Però, al temps pur, li és igual com se'l representa, àdhuc si se l'expressa per la unitat i la quantitat. La mateixa cosa ocorre al moviment regular. D'aquí que el paral·lelogram que formen temps i moviment pugui representar gràficament la quantitat de moviment, és a dir, els espais que s'ha estimat fer-los recórrer, amb l'afegit que quan es copsa espai es fa en l'accepció del moviment que hi ha hagut, d'espectre implicat.

Llavors la representació gràfica d'un moviment uniforme per un paral·lelogram plasmaria les quantitats de moviment, mentre un



temps pur

dels costats es perllongués a voluntat, d'acord amb una regularitat del procés pur. Un moviment uniforme seria més veloç, o menys, o igual, que un altre, segons que els comptes de l'un fossin més gran, o menys, o iguals, que els d'un altre, en un igual temps; en efecte la segona dimensió del paral·lelogram, assenyalaria si el compte en el moviment és més gran, més petit, o igual, que en un altre moviment.

Donat que la velocitat és la intensitat del moviment uniforme, varia dels uns moviments als altres, se li trobaria una quantificació en la corresponent àrea paral·lelogràmica, per tant en els comptes considerats (els espais en l'accepció de quantitat de moviment), àrea que dependria doncs d'aquella dimensió per la qual es podria atribuir comptes més grans, més petits o iguals, a la intensitat del moviment.

La velocitat sempre s'associaria amb un compte (l'espai en l'accepció de quantitat de moviment).

La circumscripció de la velocitat d'un moviment uniforme pels espais recorreguts en el temps no faria sinó explicitar els comptes d'un moviment uniforme que esdevé a través d'un cert temps pur.

3. Anomenem la quantitat de moviment pels espais en el sentit d'una integració (raó) entre el moviment i l'espai, no perquè l'espai per si sol el supleixi, sinó per la comoditat de pensar-hi, i de pensar-hi quantitat.

Aquest espai, se l'entoma idealment, com el moviment i el temps pur, i s'acorda al fet de lliurar-li quantitat, quan tant el que es copsa numèricament com geomètricament s'està assumint constantment en aquell nivell.

4. Tanmateix els moviments de la natura no són idealitats i recreacions.

Un cotxe elèctric recorre 60 metres en 5 segons. S'avalua els 60 metres com un recorregut uniforme, un genuí moviment uniforme, no pas perquè de fet ho hagi estat, sinó perquè se l'hi estima.

Els 5 segons són d'un rellotge, són procés regular natural que integra una específica uniformitat ideal en el temps. Els 5 segons són temps físic.

Es treballa amb observacions i s'utilitza rellotges, i alhora s'està considerant moviments uniformes i temps purs.

5. L'estudi del moviment uniforme arriba doncs al fet que té en compte la diversitat d'intensitats (més veloç o menys) i el temps pur, mentre, en els casos experimentals, hi ha moviments naturals i rellotges (un temps físic).

S'hi palesa una convergència entre l'estudi dels moviments uniformes des de les idealitats i els temps purs, i les precaucions experimentals dels casos pràctics. D'aquí que històricament n'hagi hagut un encreuament i una superposició.

§1. Nota a la representació per gràfics.

Parlant en conjunt els gràfics faciliten en comeses diferents. Amb els dibuixos es fan plànols d'un terreny o d'una casa feta o a fer, els gràfics permeten de plasmar les dades d'un problema, reproduïxen a escala un ventall de magnituds, ajuden a la construcció de tota mena de models.

És possible que la capacitat auxiliar dels gràfics es degui primàriament a les tendències espontànies que fan que hom imagini una església, una plaça, casa seva, mentre que fa omissió d'una qualsevol consideració d'una escala. Car la preferència d'unes mides formaria part del repertori d'ocupacions d'aquest caire, i versemblantment fóra la manera escaient i quotidiana de dur a col·lació elements representatius en els processos de coneixement.

La formació d'esquemes representatius fóra anterior doncs a qualsevol estudi de l'escala a seguir.

D'altra banda la reducció de la mida possibilitaria el moment representatiu inclòs en una qualsevol classe de consideració: es pensa en general ajudat per representacions, i sovint no podria fer-ho d'una altra manera (com es consideraria la distribució de l'espai d'un pis,

d'una ciutat, del sistema solar, etc.?). Hi ha el suport dels gràfics (i de les maquetes).

Tanmateix l'activitat inclou com la capeix. L'esquema del pis té sentit perquè se la comprèn, sap què és un pis o el seu pis, l'ha recorregut,. Les discussions i les avaluacions són dels gràfics per allò que representen.

Per això els gràfics, els esquemes, els projectes, s'han de considerar elements auxiliars. A través seu hi ha estudis que necessiten representació, que sovint no sap fer-ho, sense l'ajut de la representació. Els gràfics passen com a elements representatius, allò que basta per a anar treballant.

III EL TEMPS FÍSIC

L'ordre dels esdeveniments ha pogut dur a la convicció que la vida de l'home transcorre segons ritmes, o d'acord amb moments de màxim trasbals i d'altres de relaxats, o per mitjà d'esdeveniments tesos i d'altre de distesos. Sigui com sigui el temps, d'una manera o d'altra, s'ha enllaçat amb l'esdeveniment natural.

Si el temps com a durada s'ha pogut associar als esdeveniments naturals es comprèn que aquests darrers s'hi trobin compromesos, que la consciència d'aquest temps i de la duració expliciti una manera d'entomar els esdeveniments naturals.

§1. Introducció al temps físic.

En el temps pur, s'hi defensa un mer passar, i deu poder implicar en un qualsevol moviment o procés natural.

No es tracta que un qualsevol moviment natural no esdevingui amb l'apuntament del temps, o que no hi pugui haver un adonament del temps del moviment natural, sinó del fet que cal objectivar un temps d'alguna manera, i això es fa sols a través de la idealitat del moviment. Hom s'adona d'un temps pur mentre s'objectiva la idea de moviment. I el temps del moviment natural es manté implicat en aquest moviment natural.

En efecte una cosa és pensar o expressar el temps (temps pur), i una altra adonar-se'n de la implicació d'aquest apuntament arreu. Però aquest adonar-se no objectiva el temps, sinó que se n'adona en el corresponent moviment natural. Se l'objectiva per la idealitat del moviment.

Llavors parlem del temps físic per aquesta objectivació d'una dimensió a tall de pur passar que s'integra en l'observació o en el supòsit d'un moure's qualsevol.

És una objectivació del temps perquè integra un mer passar dins del moviment seguit o suposat.

El dia ja no és sols un moviment natural, sinó que pot ser també (però no cal que ho sigui sempre) un temps físic: se'l manté, el moviment diari, amb un mer transcórrer. El dia com a temps físic és un fet de raó entre un moviment natural i el temps pur.

El temps físic és doncs el temps d'un moviment pel fet que s'hi ha integrat el mer passar temporal.

També: el temps físic fa adonar-se de la temporalitat a través d'un qualsevol moviment natural, com si un qualsevol esdeveniment es fes a través de la duració d'un passar uniforme.

§2. El temps físic dels rellotges.

Farem tres consideracions en els rellotges: la persecució d'un procés referencial; la integració d'aquest procés del rellotge i el temps pur de l'esdevenir ideal; i el mateix temps físic del rellotge.

1. La construcció de rellotges persegueix la troballa d'un moviment referencial o d'un esdeveniment que en faci les funcions. Els rellotges de totes les èpoques són la resultant tècnica d'aquesta qüestió.

Tanmateix, com hi ha un procés referencial? La solució òptima rauria en el fet que hi hagués un moviment uniforme incondicional i permanent; potser se'l cercaria, per exemple, en el moviment diari dels estels com el més aproximat. Tot i això convé ara posar l'accent que la cerca d'un procés referencial vol privilegiar-lo: deixant la uniformitat dels moviments siderals, i tenint present un qualsevol instrument construït per l'home, la reproducció d'una impossible uniformitat perfecta de moviment es transforma en la regularitat d'algun procés o en la seva repetició regular. Independentment del procés en concret, es persegueix, amb la regularitat, unes pautes per a seguir el pas (pur) del temps. Els esdeveniments d'aquests rellotges són referencials perquè interessen per la regularitat de les pautes, que són iguals o equiparables a la igualtat.

Considerem alguns exemples elementals: en un rellotge de pèndol, per exemple, s'hi suposa que cada oscil·lació ha de ser igual a l'anterior i a la que seguirà, mentre que el moviment no és pas

uniforme al llarg de l'oscil·lació. Sens dubte és rellotge per la igualtat d'oscil·lacions, però també perquè a través d'això s'estima poder-hi comptar temps, com si hi hagués a través de les oscil·lacions un passar uniforme.

En el cas d'un rellotge d'arena o d'aigua, hi ha un esdeveniment, i és possible de fer alguna marca, al col·lector, de mesura de temps. Certament no hi hauria aquí cap unitat o nombre que hagués de correspondre a quelcom intern del procés de caiguda. La discriminació és externa d'aquest procés (d'aquí que es podria fer de maneres diferents), la provoca l'individu que planifica. No és fictícia: és la resultant de la capacitat de l'home, l'activitat del qual no és mera passivitat, perquè pensa, escorcolla, imagina, pauta.

Capfiquem-nos ara hipotèticament en un qualsevol moviment continu: les pautes que es trobessin en l'assaig de quantificar un tal moviment el copsarien precisament en moviments unitaris pautats d'acord amb el fet que el moviment consta de tots els moviments interpautats. El compte dels rellotges fóra d'un moviment comprès de múltiples moviments.

2. Un rellotge no sols persegueix el seu procés natural: també ho raona de tal manera que manté el que ocorre naturalment integrant l'esdeveniment pur temporal.

Comprendre la quantificació lliurada implica la integració del procés natural, i el pur passar. Un rellotge és el resultat d'un procés racional. Per tant:

a) Per la integració d'un pur passar es lliura un adonar-se de l'apuntament del temps en un moure ideal. En un rellotge hi ha una objectivació per al temps gràcies a això.

b) Però si no integrés també quelcom referencial s'afavoriria sens dubte una qualsevol aproximació barroera.

c) I llavors hi ha el mateix procés natural del rellotge que per si sol ignora un mer passar, palesa una manera instrumental de comptar procés mentre se l'estima d'acord amb allò que s'integra.

Quan gaudim d'un rellotge tenim en compte una mica tot això, i d'aquí que de vegades sembli que hi hagi algun misteri. Integrar

consisteix aquí a traspassar d'un sol cop diferents nivells. El rellotge lliura un fet de raó.

L'afirmació que la construcció de rellotges passa a ser el fet més bàsic de la història de la ciència potser és exagerada: no hi ha dubte, tanmateix, que fou l'activitat sense la qual hagués estat impossible el desenvolupament de la ciència.

3. El temps del rellotge no és un mer passar. Aquest es capeix com a esdeveniment ideal amb intensitat absoluta. Tractant-se del rellotge se'l pensa integrat, el mer esdeveniment, i s'hi lliura un procés natural.

Un tal temps físic palesa una raó integrada complexa.

Des del punt de mira de la intensitat del procés del rellotge cal assumir la convencionalitat d'una qualsevol per a ser usada en l'instrument. Fet i fet també deu ser irrellevant que sigui l'una o l'altra com sigui que es pensen d'acord amb un esdeveniment pur. Són processos instrumentals per a pautar mentre s'hi integra un mer passar: el procés del rellotge mostra el que és, i més aviat l'estudi hi interpreta el pas d'un pur passar, no perquè aquest pas superi cap idealitat, sinó perquè el moviment del rellotge permet mantenir-la. D'aquí que sigui instrumental.

§3. L'ús del rellotge en els moviments.

L'ús del rellotge per a seguir un altre moviment comporta que hi hagi una simultaneïtat. Tanmateix l'exercici simultani no vol dir necessàriament que s'hi pensi temps físic. Dos processos curts simultanis, per exemple, poden tenir lloc mentre se'ls atén sense més. En general la simultaneïtat és una característica dels processos naturals.

No es gaudeix dels rellotges només per comptar quelcom en un procés natural que ha anat tenint lloc al costat d'un altre, sinó també perquè hi ha un interès pel temps físic.

Es tracta que allò que es vol seguir amb el rellotge participa també del fet de poder passar integrant l'esdeveniment pur. Un mòbil es mou, i hi ha pura duració.

Precisament un tal esdevenir ideal s'integra tant en el mòbil a seguir amb el rellotge com en aquest, i el procés natural del rellotge és l'instrument per seguir-ho. Hi ha una relació de quantitats que es comprenen d'acord amb un passar pur temporal.

Aquest és el camí que seguiria la discussió de si hi ha un pur esdeveniment ideal integrat en el moviment d'un qualsevol tipus, en tots els supòsits volent estudiar-lo en funció del temps físic i del rellotge corresponent.

La distinció de processos no supera el fet de ser disjunts, àdhuc si són simultanis. Com és possible que el del temps físic d'un rellotge mantingui alguna implicació en l'altre? Que no es veu que és un problema de raó? Es té present el temps físic del rellotge i s'adreça al moviment així; l'atén així, hi integra el descabdellar-se en una monotonia pura, i llavors s'ensopega allà on s'ha deixat l'afer: que un qualsevol moviment integra el mateix passar pur que el temps físic del rellotge respecte del qual aquell moviment es vol estudiar.

§4. El temps físic del rellotge i de totes les coses.

El rellotge perfecte deu ser un impossible i deu cercar un procés que permetés un compte sense error.

La tècnica de rellotges palesa, malgrat això, la voluntat de construir un procés capaç de permetre una quantificació.

A més sols la comparació de processos ha estat des de sempre capaç de lliurar una aproximació de les seves relacions: la tècnica dels rellotges pretén de superar un més o menys, d'ajustar els canvis, de dominar en la mesura del possible la desigualtat de pautes.

El rellotge permet de preveure, enllà d'un primer més o menys, què es pot fer, com distribuir el dia, si resta molta o poca llum solar. El perfeccionament de les tècniques a partir dels gnòmons i dels rellotges solars obeeix a la convicció que el pas del temps acompanya tots els processos.

El temps passa; hi ha un pur transcórrer a integrar a un qualsevol moviment i canvi, sigui del rellotge o de la resta de processos. Els rellotges en persegueixen una quantificació. S'assumeix que els

rellotges permeten de comptar el que es copsa com a temps, que creua el procés natural.

Tanmateix el rellotge no gaudeix de cap prerrogativa per a acaparar el pur passar i la duració, sinó que aquesta característica ideal per al temps permet que un qualsevol esdeveniment natural, que ja pot gaudir del seu temps natural², sigui assumit així, integrat amb un pur passar. Aquesta manera de concebre el temps físic possibilita una visió universal de tots els esdeveniments naturals com a tenint lloc temporalment.

És a dir, es pot copsar un qualsevol procés natural en la idealitat d'un esdevenir pur.

Això facilita que es compari el temps físic dels rellotges i un qualsevol altre procés copsable temporalment: l'esdeveniment pur del temps físic del rellotge acompanya, quan és el cas, tots els esdeveniments naturals que li són simultanis.

El temps físic de les clepsidres, el dels rellotges de Sol que suggereixen el pas del dia, els rellotges moderns, no impedeixen d'afirmar el convenciment d'estar pantant quelcom que suposa una comprensió singularitzada de l'esdevenir pur.

La construcció d'aparells cada vegada més sofisticats no lleva que sols hi ha temps físic perquè s'hi troba, i s'hi integra, un passar pur en l'esdeveniment natural.

§5. Sobre l'any, el dia i l'hora en l'*Almagest*.

El temps físic deu haver estat present en moltes de les recerques astronòmiques dels antics, i es deu haver implicat en la construcció de gnòmons, i d'altres instruments.

Però quan Hiparc es preguntà la durada de l'any i va deixar establert que era una mica menys que 365 dies i quart, assumia un pur passar en el moviment anual del Sol. Certament el moviment d'un any expressa una significació que supera per tots costats l'efectivitat: es tracta d'una *significació sola* malgrat que es pugui remetre a tota mena

² Hom deu poder adonar-se d'un qualsevol moviment natural, és a dir, explicitar-ne el seu temps, sense integrar-hi cap pura duració. Quan la integra ja no li deu caldre cap altra explicitació temporal.

d'experiències en el dia a dia. Tanmateix, sigui el que sigui una tal significació, té un sentit temporal estricte gràcies a integrar-hi el temps pur. En aquesta concepció el temps físic de l'any és comparable al temps d'un qualsevol altre moviment, inclòs el del rellotge: assumeix el temps com a esdeveniment pur. Ajustar l'any implica comptar els moviments significats que poden incloure's en aquest moviment anual.

Ptolemeu recollí el càlcul d'Hiparc i calculà que es podria admetre una llargada de 365;14,48 dies (i fraccions sexagesimals), la qual cosa implicava que, el cercle de l'eclíptica fent 360°, el moviment diari mitjà del Sol recorria 0;59,8,17,13,12,31°, i en una hora 0;2,27,50,43,3,1° (un poc més de dos minuts d'arc) del cercle de l'eclíptica.

El geni grec feia seu de grat aquest càlcul de mitjana i de fet, en la hipòtesi de l'excèntric, mantingué la regularitat del moviment uniforme circular anual del Sol: l'anomalia del Sol que suposava la distribució d'equinoccis i de solsticis en períodes de temps (dies i fraccions del dia) que no eren iguals es devia que la Terra no es trobava en el centre de l'excèntric. En qualsevol cas calculà l'arc de més o de menys (que representa doncs els graus d'anomalia), a sumar o a restar al càlcul mitjà dels trajecte del Sol³.

Tanmateix allò que més s'apropa a una uniformitat del moviment natural del temps físic, ho lliura allò primari que mou els cels i que “transporta totes les coses d'est a oest: les fa rodar amb un moviment uniforme i inalterat al llarg de cercles paral·lels els uns dels altres, descrits, com és obvi, al voltant dels pols d'aquesta esfera que fa rodar totes les coses uniformement. El més gran d'aquests cercles s'anomena ‘l'equador’ ” (*Almagest* I.8).

Les reiterades precisions i notes que són necessàries per a apropar les hipòtesis a les aparences no lleven un tal marc primer, còsmic, que involucra tots els cels com si fos la seva primera certesa

³ Calculat l'arc mitjà de l'eclíptica que el Sol recorre cada dia cal sumar-hi una fracció de més cada dia quan el Sol es troba a un cantó del centre de l'eclíptica (on suposament es troba la Terra), i restar-hi quan es troba a l'altre cantó.

originària, la primera gènesi damunt de la qual la resta es disposa i s'afegeix.

El que es vol uniforme es troba també en els càlculs astronòmics dels dies uniformes (*όμαλά νυχθήμερα*), o dies solars mitjans, diferents dels dies no uniformes (*άνώμαλα νυχθήμερα*), o dies solars vertaders. El dia uniforme és una quantitat que abraça el pas dels 360° d'una revolució de l'equador celeste, més el tros d'aquest equador que surt amb els aproximadament 0;59°, que és la quantitat del moviment mitjà del Sol per l'eclíptica durant aquest període. Per què? Doncs perquè el Sol es trasllada 0;59,8,17,13,12,31° *de mitjana* per l'eclíptica diàriament en un moviment que aparentment va contracorrent del gir diari de l'esfera celeste; per tant un dia solar (el Sol passa o pel mateix meridià un dia per l'altre, o per l'horitzó) ha de ser més que un gir de l'esfera celeste: els minuts necessaris perquè el Sol, que va reculant seguint el moviment per l'eclíptica, passi pel meridià o per l'horitzó gràcies al moviment diari de l'esfera que arrossega el Sol col·locat en el seu lloc en l'eclíptica.

Certament aquest dia mitjà uniforme no és el vertader: aquest, el dia solar anomalístic, és el període que comprèn el pas dels 360° d'una revolució de l'equador celeste més el tros d'aquest equador que surt amb (o creua el meridià amb) el recorregut anomalístic del Sol, és a dir, amb l'arc real de l'eclíptica que recorre cap enrere cada dia el Sol, quantitat sempre canviant (Ptolemeu l'explica perquè el Sol gira al voltant d'un excèntric, avui perquè l'òrbita terrestre és una el·lipse). El dia uniforme o dia solar mitjà distribueix per igual, a tots els dies de l'any, l'endarreriment diari del Sol – en canvi el dia vertader palesa aquest endarreriment tal i com s'ofereix a la natura, d'acord amb l'anomalia solar.

Aquest dia vertader no és sempre igual perquè tampoc no ho és l'anomalia solar (amb l'afegit que la inclinació de l'eclíptica respecte de l'equador celeste fa que l'afectació sigui diferent perquè iguals seccions de l'eclíptica no creuen l'horitzó o el meridià en temps equatorials iguals: sols ho fan en els equinoccis, cf *Almagest* III.9).

Segons per quins càlculs es pot admetre com a bo⁴, però l'aproximació acurada es fa d'acord amb l'uniforme o mitjà. Ptolemeu ensenya com convertir dies no uniformes en dies uniformes.

Els moviments dels cels conviden doncs a pensar uniformitats (rotació del primer moviment del cel, rotació anual solar).

Per tant el model accepta que el Sol roda cada any en el seu cercle, i s'assumeix l'any com una mesura de temps físic.

El dia uniforme passa a ser un arranjament quantitatiu. Sigui com sigui l'hora serà la vint-i-quatrena part d'aquest dia⁵.

Es tracta d'un model (astronòmic) en el qual l'any acota el cicle d'un temps físic, el d'un moviment cíclic; i es persegueix pautar un dia uniforme per mitjà del temps físic de l'any.

§7. El gran rellotge dels cels (seguint l'exemplarització geocèntrica).

La pregunta què és l'hora passa a ser també una qüestió a propòsit del seu temps físic. I n'hi ha, de temps físic, en la rotació diària del Sol, en la dels cels, i en l'any.

Si pels successius equinoccis, ajudat per un model geocèntric, s'aconsegueix una mesura de dies per a l'any; si s'estudia l'arc eclíptic implicat, en això o en allò, dels 360° de la circumferència; si s'imagina la rotació diària dels cels, etc., i tot l'estudi es troba prenyes de model geomètric, de moviment, de càlcul; si la cerca d'una

⁴ En l'antiguitat el mitjà normal d'entomar el temps era el rellotge de Sol, i es calculava el dia solar vertader, de llargada variable, pel temps necessari perquè el Sol anés, des del moment que creua un meridià, fins a fer-ho el dia següent.

Això permetia de gaudir d'un dia real, que incorpora les variacions del moment solar per l'eclíptica, però forçava que els dies fossin desiguals al mitjà, i que hi convergissin sols en els equinoccis: les hores d'aquests dies equinoccials s'equiparaven a les dels dies uniformes.

⁵ Ptolemeu les anomena, aquestes hores, hores equinoccials perquè tenen la mateixa llargada que les hores estacionals o civils a l'equinocci. Caldria diferenciar entre hores del dia mitjà i hores vertaderes fins i tot en els equinoccis: la variació entre les dues, però, de l'ordre d'alguna dècima de minut, fa irrellevant la distinció en l'època antiga.

quantificació de l'any, del valor del dia solar uniforme, i d'altres, fa que l'any, el dia i l'hora, poden ser esmentats com a referents perquè participen dels esdeveniments naturals, i simultàniament reflecteixen l'activitat de càlcul i de rectificació d'un ésser pensant, són capaços de palesar el compromís entre el que s'esdevé i el que s'hi ha rumiat i calculat; si, a més a més, el dia solar uniforme convergeix amb el dia vertader als equinoccis, i les seves hores a les d'aquest; si tot això és cert, aquests fets se sobreposen a quelcom rellevant, que és que els cels, amb tot el que se n'ha après i calculat, hagin esdevingut el fonament de pauta per a tota la quantificació de moviments i cicles, és a dir, hagin esdevingut un rellotge còsmic.

En efecte l'any amb el seu temps físic, la rotació diària dels cels, la del Sol, amb dies vertaders i equinoccials (si més no el dia mantindria força frescor natural per al dia uniforme quan es mesura el dia solar en l'equinocci⁶), s'oferirien com uns bells exponents d'uns moviments cíclics, per tant repetitius. Es podria ben bé no dubtar que el temps, a través d'un mer passar, s'hi manifestés en tots, i que es constituïssin com a rellotges públics universals.

Des d'aquest punt de mira el dia solar mitjà, aquell que gairebé es podria mesurar en l'equinocci, permetria lliurar un valor a l'hora que hi participés com la vint-i-quatrena part seva, i els minuts i els segons prosseguirien aquest trosseig en tant que s'hauria après a repetir les divisions de les unitats, subdivisions que es podrien perllongar indefinidament.

La inexactitud possible del que és estudiat, però també del que és experimental, s'assumiria quan es tractés de copsar allò que hi hagués d'esdeveniment en la natura. L'hora seria una unitat del temps físic capaç de pautar quelcom derivat del que passa en els cels, i es copsaria també al costat del temps físic de quelcom que ocorre aquí (una cursa, etc.).

L'hora en una clepsidra no podria fer res més que reproduir en aquesta escala l'hora a partir del gran rellotge derivat dels cels, i hi hauria confusió entre l'hora de la clepsidra i l'hora dels cels. Els

⁶ Cf. Les dues notes anteriors.

rellotges construïts reglen el pas de quelcom que és simultani al dels cels.

Car es considera especialment el temps físic en els rellotges de tota mena.

IV

LA VELOCITAT COM A RELACIÓ DE MOVIMENTS DEL CAS EFECTIU AL TEÒRIC

Els moviments són més o menys veloços, i van guanyant o perdent velocitat. Una tal velocitat pot ser atesa sense d'altres precisions (exercici teòric), o s'hi pot apropar des de la comparació amb el procés d'un rellotge (exercici pràctic).

Certament la quantitat numèrica no és un apart de res en els seus orígens: es diu d'una terra, d'una talla de vestit, del conjunt de participants, etc., per tant no és una característica que no comprometi el mateix objecte d'estudi. No hi ha oposició entre els aspectes quantitativs i els altres perquè ben mirat no hi ha pròpiament aspectes quantitativs sense la totalitat de l'ens, quan ho interpretem en els inicis. Certament que el domini numèric permet formalitzacions i reiteracions: l'aritmètica i l'àlgebra en són un bell exponent. Es tracta, tanmateix, de tenir ben present que una qualsevol representativitat del que és quantitatiu esdevé alhora la de l'ens (tres metres de tela, etc.), i que la formalització i la reiteració ho pressuposen⁷.

La qual cosa suggereix que *l'àlgebra i el càlcul són un llenguatge*, que expressen allò que és ben bé seu, i entitatiu en origen, que s'autonomitzen i que es perllonguen, així idealitzats, tan indefinidament com es vulgui.

D'altra banda la comparació entre dos moviments suposa que s'hi copsa el mer passar en llur diversitat. Aquella relació permet de circumscriure una mica un moviment irregular per la comparació amb el que ocorre al rellotge, mentre els dos afers es copsen en l'esdevenir pur, i passa a ser una manera d'aproximar-s'hi, per tant també de dar-se un control de la velocitat.

⁷ Cf. *La unitat i el nombre. Una introducció a l'aritmètica* QF31.

§1. La velocitat mitjana efectiva.

1. Els temps dels rellotges, celestes o terrestres, integren el pur passar en l'esdeveniment que de fet hi ha (clepsidra) o que es pensa així (l'any).

Llavors un qualsevol moviment pot contenir un marc paral·lel (amb esdevenir pur), una raó integrada. Un qualsevol moviment pot gaudir així del seu temps físic.

En assumir que «la velocitat mitjana d'un noi corrent ha estat de quatre metres per segon» s'està fent la implicació mútua d'un moviment, que es compta gràcies a l'esment de l'espai que recorre, i d'un procés que fa de rellotge (es compta quelcom al llarg del procés).

Llur simultaneïtat dona peu a admetre que la mesura del rellotge es col·loqui al costat de la del moviment.

Cada metre recorregut pel noi és del moviment (sols s'assumeix espai perquè és recorregut), i les seves unitats, sense servir de rellotge, poden manifestar irregularitats internes i respecte d'altres unitats.

S'apunta el desenllaç d'un moviment que no exclou irregularitats al costat d'un estudi des de les perseguides regularitats (del rellotge). Hi ha aquí un esforç per tal d'apropar allò que no és un rellotge i allò que és regular, i que s'explicita en la relació de quantitats.

2. Però no n'hi ha prou amb la simultaneïtat: no podria impedir que fossin sols diferents. Cal que esdevinguin amb alguna igualtat.

És clar que, si són diferents en tant que esdeveniments naturals, llavors la igualtat sols pot ser de temps pur.

Es prima aquesta igualtat del temps del rellotge i de la cursa: i no interessa tant una descripció de l'esdeveniment específic de la cursa com la circumstància d'aquella referència mútua entre la cursa i el transcurs simultani del rellotge.

3. Tanmateix la velocitat expressa alguna cosa que és característica del moviment en qüestió, de la cursa, per exemple.

En efecte tots els moviments poden tenir temps físic: la velocitat és quelcom privatiu d'un moviment, però de fet es pot comparar dos o més moviments, o un mateix moviment al llarg del seu

descabdellament, i pot concebre'ls (o concebre'l) com a esdeveniments que integren l'esdevenir pur. És a dir: es poden copsar (o es pot copsar) com sobresortint en un mer passar. Això lliura el saber d'un temps físic, però no pot anar més enllà, no hi ha manera d'agafar instrumentalment un esdevenir pur.

L'únic camí rau a copsar-lo, aquest mateix, en algun lloc que permeti alguna instrumentalització: com s'ha esmentat, aquest lloc és el rellotge, que vol reeixir a reproduir un procés regular integrat en la concepció d'un esdevenir pur.

El temps físic del rellotge, que procura de mantenir el millor esdeveniment regular possible, serveix per expressar quelcom [el temps pur] d'aquell temps físic dels mòbils varis, lliurant el mateix rellotge un altre temps físic, i sempre en el supòsit d'una simultaneïtat.

La velocitat és doncs del moviment, i el temps del rellotge expressa, a través d'un nou procés, el comú esdevenir pur.

Per això aquest temps físic del rellotge és referencial.

§2. La velocitat mitjana teòrica.

La velocitat mitjana efectiva demana un moviment natural i un rellotge. Tanmateix l'oportunitat pràctica d'aconseguir-ne la noció no impedeix, i més aviat fomenta, de fer-ne una noció *teòrica* que no fa referència a cap moviment particular, sinó que es descabdella a nivell ideal, a partir d'una velocitat com a qualitat d'un moviment i, és clar, d'un temps pur perquè ja no tenim en consideració cap rellotge.

Des de la teoria, a $v_m = e/t$, v_m no pot ser res més que e/t , és a dir, és una altra forma de fer referència a e/t . La velocitat mitjana teòrica relaciona una concepció ideal de moviment i un temps pur, i en aquest nivell se la pot definir com la raó dels espais recorreguts d'un moviment, amb el temps pur.

Aquesta velocitat és doncs d'un moviment ideal, n'expressa alguna característica, i ho fa posant en relació aquest moviment i el temps pur.

§3. La velocitat instantània com a límit.

L'estudi de la velocitat instantània neix, per exemple, de la necessitat d'apropar-se amb encert a moviments no regulars sense haver de circumscriure's a una mera velocitat mitjana sense més, i alhora és la resultant d'un esforç *teòric* que pensa i expressa un moviment ideal simultani amb un temps pur. D'alguna manera suposa *haver deixat l'experiència empírica* per a considerar l'afer, i romandre-hi, a nivell ideal.

Aquí la velocitat instantània es concep des de la velocitat mitjana com la tinguda per un mòbil ideal en un temps pur, i contemplada amb l'element quantitatiu, que ja és ideal.

En efecte hi ha una reelaboració dels respectius moviments ideals (mòbil i temps pur), que àdhuc no necessita de miraments quantitatius, per la qual es proposa l'escurçament de la part avaluada d'un mòbil ideal al costat de l'escurçament del temps pur.

Tot això porta a la noció de límit⁸.

La reiteració no conté la referència a un final. El límit com a tal no és el terme d'arribada d'una reiteració.

Això vol dir que es pot sospesar quelcom com a velocitat mitjana mentre es manté en els increments (àdhuc en els diferencials) de l'espai i de temps. Aïlladament pres, el límit no podria pas tenir el sentit d'una velocitat. L'en té perquè suposa la integració (la raó) amb el limitat.

Se l'hi assumeix, ho és de quelcom que gaudeix de la significació de velocitat. El contingut d'assumir el límit es palesa en aquesta comprensió de reiterar que s'hi troba en:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

on 'v' està en lloc de 'velocitat'. No es pot concebre la velocitat instantània més que com a velocitat mitjana: la indiferència d'agafar el límit o el limitat no lleva que la utilitat s'entoma des del mateix procés de fer límits, en aquest cas amb una clara estimació de velocitat (mitjana), i el límit es comprèn des del procés que hi duu.

⁸ Cf. *Sobre els límits d'acord amb l'obra de Cauchy* QF18.

Per tot plegat es conclou que la velocitat instantània és una resultant: manté un saber dels afers (la velocitat). La conveniència d'acceptar aquesta velocitat no prové sols de l'originalitat de ser capaços d'abastar-ne una aproximació insuperable, sinó també de la resolució d'incorporar-la dins d'un marc més complet que permet de contrastar en alguns punts allò que s'ha anat fent.

La velocitat instantània és un afer teòric, i palesa amb això mateix una divergència amb una qualsevol experiència, però hauria esdevingut summament instructiva.

V

LA TEORIA DEL MOVIMENT UNIFORMEMENT ACCELERAT

És possible que l'empenta que dugué a parlar d'una velocitat, un afer qualitatiu del moviment, que creix uniformement, quelcom que deu remuntar a l'Edat Medieval, tingui un suport en les mateixes representacions gràfiques que hi ha del moviment.

§1. Un preàmbul medievalitzant.

1. El moviment uniformement accelerat no sembla el de cap dels moviments quotidians: els homes, els animals, les màquines, s'embalen, s'aturen, sense que en cap cas no s'hi hauria pogut assegurar de manera exacta com s'hi ha modificat la velocitat.

Com s'ha pogut arribar a un moviment amb unes tals característiques? En la resposta, hi entrarien versemblantment dues línies de consideracions: l'una que faria esment de la noció de canvi de velocitat quan hi ha de fet plurals canvis de velocitat en la natura; l'altra que recordaria allò referit al moviment uniforme: els canvis uniformes de velocitat s'inscriurien en aquesta doble perspectiva, d'acord amb alguna assimilació d'uniformitat; el moviment uniformement accelerat seria la més simple de les modificacions de moviment.

Convé tenir present que és un moviment ideal, que la seva representació medievalitzant per un triangle rectangle sols expressa moviment, mentre la forma de la hipotenusa comunicaria canvi en la seva intensitat, etc.

Com s'ha pogut descabdellar l'estudi d'un tal moviment?

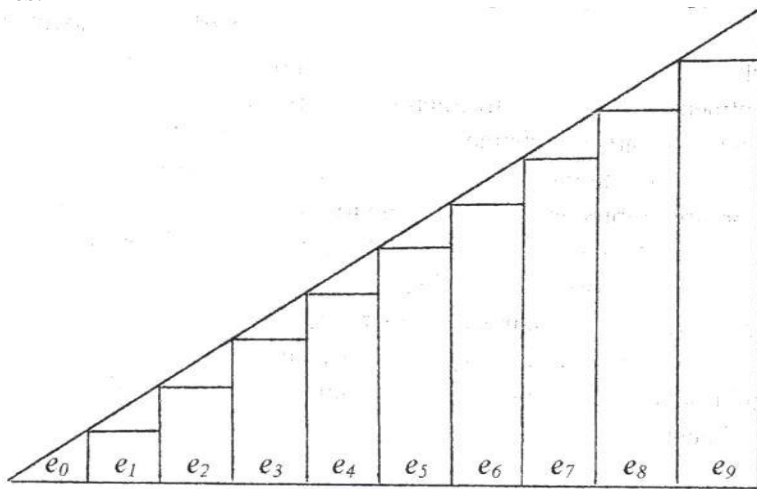
2. Estimem el moviment uniforme com aquell que transcórrer uniformement. Sens dubte el moviment uniformement accelerat s'ha de diferenciar de tot això en tant que cada vegada va més de pressa, i cal admetre que les complicacions d'un tal moviment neixen quan, a partir

del que sabem de l'uniforme, hi estenem el que en sabem, d'aquest últim.

Perquè no hi ha més remei que copsar-lo des del moviment uniforme.

Basti aquí indicar algun punt. Com en el moviment uniforme, s'idea un creixement esgraonat de les velocitats uniformes, és a dir, d'aquesta característica del moviment, mentre unes tals velocitats a més a més es fan d'acord amb el temps pur.

Els comptes de moviment per les respectives àrees paral·lelogràmiques es lliuren segons bases iguals: la circumstància de fer decreixer aquestes darreres amb la corresponent àrea s'inscriuria en aquesta direcció, però no podria superar que la velocitat d'un moviment uniforme fos moviment respecte del temps pur, o no seria res.



temps pur

Paral·lelament la derivada de la funció de l'espai respecte del temps pur tornaria a ser la mateixa proposta.

En el primer cas s'està pensant en moviments uniformes que integren respectivament un pur passar, mentre plasma una distinció entre moviment i el temps pur.

En el segon cas es fa quelcom similar: els moviments uniformes integren el pur passar; la funció derivada, se la fa respecte del temps pur.

En tot això no cal lliurar quantitats particulars, com sigui que les consideracions es mouen a nivell ideal: l'ajuda del gràfic o del sentit de nombre són sols suports traspassats per moviments ideals i temps purs.

3. El moviment uniformement accelerat seria ideal, es mouria al mateix nivell que el moviment uniforme, i es podria rastrejar l'origen de la seva noció en l'època medieval.

Es tractaria doncs d'un moviment al qual hom s'aproximaria a partir d'una intensitat que es faria esgraonadament més gran (o més petita), podent aprimar tant com es volgués la mida dels paral·lelograms, cadascun dels quals representaria el moviment (i l'espai) que hi va havent, i llur conjunt el moviment (espai) total.

En el gràfic de dalt cada paralelogram representaria el respectiu estadi de moviment (espai), amb la seva velocitat o intensitat, que es manté en un temps.

Hom integra un(s) moviment(s) amb la seva respectiva velocitat o intensitat, que s'expressa per una relació de moviment (espai) i temps pur.

§2. La proporcionalitat entre la velocitat i els temps físics del rellotge.

La genialitat de Galileu consistí a reeixir a saber respecte què hi ha una variació de la velocitat d'un moviment, és a dir, de la intensitat d'un moviment. Una tal magnitud és la del temps pur⁹.

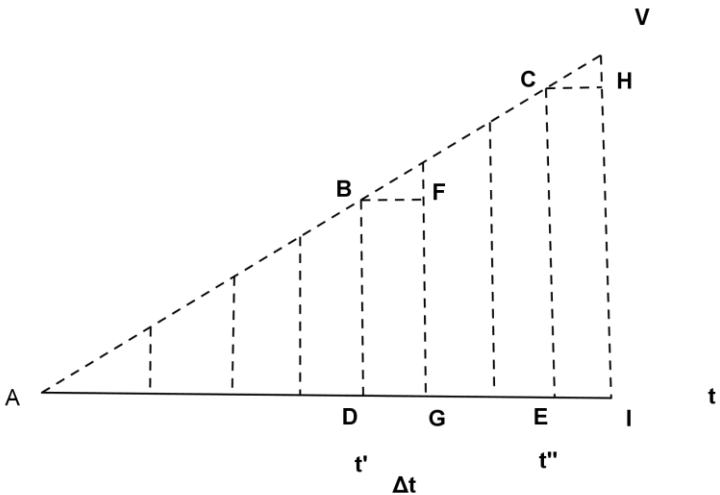
Versement Galileu degué repensar per tots costats i segons totes les representacions i expressions possibles l'afer, sense excloure

⁹ Avui el fet sembla obvi, malgrat que va caldre un home com Galileu per a indicar-ho. Certament es podria deduir a partir dels mateixos gràfics medievalitzants. Tanmateix va caldre la introducció de nocions ideals de *moviment i de temps pur* amb paral·lelograms esgraonats. La quantificació que s'hi estudia és ideal, d'aquí que no en calgui cap de particular.

les recerques *experimentals* que li lliuraren una proporcionalitat d'espais (moviments) amb el quadrat dels temps físic (moviment), fins que el conjunt quallà com un tot representable geomètricament i quantificable a través de les proporcions i d'altres recursos.

Independentment dels vaivens galileans per a reeixir en tot el conjunt de la cinemàtica, hauria admès la proporció en la llei de creixement perquè les velocitats instantànies s'avaluen com a velocitats mitjanes, al marge d'agafar el límit o el limitat (geomètric o numèric), i en tots els casos es pot aplicar la proporcionalitat entre velocitats i temps purs.

Basti afegir, a tall d'exemple i perquè esdevé quelcom prou conegut, el següent: en el gràfic, $BDGF$ és una àrea que representa moviment (espai); en la mesura que la base es va estretint aquesta àrea s'acosta cada vegada més a la línia BD : és el seu límit, però plasmarà una velocitat mitjana elemental per la relació de l'àrea elemental que va decreixent $BDGF$ i la decreixent DG . S'esmentarà la línia BD com a límit d'aquesta relació, però de fet es manté la indistinció entre límit i limitat (l'àrea elemental/ base elemental).



En els cas d'una consideració numèrica: Δe (= $BDGF$) i Δt (= DG) van decreixent, i l'obtenció d'un límit es mou també respecte del fet de la indiferència de límit i limitat. Per això v com a límit és justament el límit de $\Delta e/\Delta t$ – mentre es formula la velocitat instantània al marge d'entomar límits i limitats.

En la mesura que s'assumeix un creixement de les àrees del tall de $BDGF$ per cada igual augment de la base DG , la relació $BDGF - DG$ essent una expressió de la velocitat del moviment, els successius límits de les successives àrees tendiran a formar una àrea triangular, en el supòsit d'un moviment d'un mòbil que comença a moure's des de A .

Si més no ja en època medieval es representava aquesta velocitat tal com ho fa el gràfic.

Si a més a més Galileu encertà a formular que aquesta velocitat (és a dir, el corresponent moviment amb intensitat) creix proporcionalment a com creix el temps, el gràfic serveix per a una segona consideració: la de plasmar, des de Galileu, la proporcionalitat de velocitats i de temps. Així:

$$\frac{BD}{AD} = \frac{CE}{AE} = \text{etc.} = \frac{[\text{velocitat}]}{[\text{temps}]}$$

$$(\alpha =) \frac{v'}{t'} = \frac{v''}{t''} = \text{etc.} = \frac{[\text{velocitat}]}{[\text{temps}]}$$

En el dos casos BD i v' , CE i v'' , es poden interpretar com a límits i com a limitats.

S'ha arribat al final: la velocitat no pot ser sinó una relació de l'espai, que és d'un moviment amb una velocitat, i temps pur.

Alhora l'*experimentació* duu a assumir la relació entre espais i el quadrat del *temps físic*.

Es ressegueix quin camí hi duu. Hi ha una tensió entre *experimentació* i, podríem dir, *teoria* en l'accepció de descabdellament ideal del moviment i d'un procés pur.

Si en l'*experimentació* els espais són proporcionals als quadrats del temps físics, mentre els uns i els altres són integrats amb temps

pur, llavors tot això té conseqüències a nivell *geomètric i analític*, i anem raonant com ho feu Galileu i com ho duem a terme nosaltres.

És a dir, l'estudi, a banda de l'experiment, es basa constantment en moviments ideals i temps purs, mentre assumeix relacions numèriques experimentals, quan el moviment ideal i el temps pur admeten una qualsevol quantificació coherent, i llavors es manté per a tot el descabdellament el que hem anat apuntant de l'espai, i del temps pur.

VI EXCURSOS

Allò que caracteritza el moviment uniformement accelerat o retardat convida així mateix a unes altres consideracions.

§1. Una interpretació de la proporcionalitat.

1. Es tracta de provar una avaluació del que suposa una llei sobretot quan hi ha constants de proporcionalitat.

L'accent en la llei pressuposa que s'hi comprèn quelcom assumit idealment; és a dir, s'agafa el camí que duu a admetre les formalitzacions quantitatives des dels seus estudis geomètrics, o sense aquests.

El saber que hi ha en un fórmula o en l'admissió d'una proporció geomètrica enlluerna suficientment per a estimar-ho una expressió a nivell ideal i del temps pur.

Àdhuc en el cas que hagi estat *l'experimentació* la que suggereix una proporció (el temps físic i els quadrats dels moviment, en Galileu), l'afer *particular* resta subsumit per l'ideal i el temps pur.

Caldria entomar una llei pel que expressa i no pressuposar d'altres supòsits: car la seva utilitat rau en la raó general que expressa.

2. Una segona consideració de la proporcionalitat geomètrica rau en la facilitat de fer-ne una mera generalització numèrica.

Alhora això s'acorda amb la circumstància del bandeig d'adjudicar una quantitat particular a l'espai i al temps pur, quan l'assumeix en general, és a dir, en un pla ideal, en la relació de l'un i de l'altre, tant en el moviment uniforme com en l'uniformement accelerat mentre es respecti la coherència.

És a dir, la generalització d'una llei s'avé amb el caracter ideal del moviment i de temps.

Des d'aquí es comprèn que *un* experiment pugi enxarxar-se en una teoria *general*.

§2. A propòsit d'una acceleració constant.

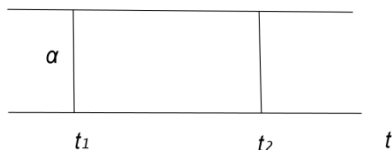
En un moviment uniformement accelerat o retardat, havent arribat que les velocitats (els moviments amb velocitats respecte del temps pur) són proporcionals als temps purs, l'explicitació quantitativa duu a escriure:

$$\frac{v_0}{t_0} = \frac{v_1}{t_1} = etc. = \alpha \quad \left[= \frac{v_\alpha}{t_\alpha} \right]$$

on α és una constant de proporcionalitat; la raó (v) d'espai (moviment) i temps pur varia d'acord amb el temps pur.

Per tant α també simbolitza la quantitat cada vegada guanyada d'espai (de moviment) respecte del temps pur [v_α], per cada temps pur [t_α].

Llavors la raó (v) d'espai (moviment) i temps pur resultant és la suma de totes les raons guanyades en els diferents temps purs. Això és:



$$\int_{t_1}^{t_2} \alpha$$

§3. El moviment resultant com a integral.

Provem ara de seguir, a tall d'exercici, un exemple d'ordre formal de càlcul en cinemàtica, a propòsit de com es duu endavant la integral.

S'agafa aquelles velocitats instantànies o mitjanes que permeten d'anar recuperant les raons (v) dels espais amb els tems purs. Per exemple:

$$\begin{aligned} & \alpha(t_0) \\ & \alpha(t_1) \\ & \alpha(t_2) \end{aligned}$$

....
 $\alpha(t_n)$

on $P = \{t_0, t_1, \dots, t_n\}$, divisions *arbitràries* en el transcurs $[a,b]$ del temps pur.

És important de remarcar que hi ha una elaboració numèrica-ideal del temps pur que segueix una coherència de tall quantitatiu d'acord amb el nivell ideal del temps pur (un moviment pur) i de la disciplina matemàtica. Podem operar doncs així:

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= t_1 - t_0 \\ \Delta t_2 &= t_2 - t_1 \\ &\dots \\ \Delta t_n &= t_n - t_{n-1} \end{aligned}$$

Llavors la suma:

$$S_M = \alpha(t_1)(\Delta t_1) + \alpha(t_2)(\Delta t_2) + \dots + \alpha(t_n)(\Delta t_n)$$

fora la d'un espai (moviment), que correspon a una velocitat mitjana $\alpha(t_1)$, més la d'un segon espai (moviment) amb velocitat mitjana $\alpha(t_2)$, etc.

Per un altre cantó:

$$S_m = \alpha(t_0)(\Delta t_1) + \alpha(t_1)(\Delta t_2) + \dots + \alpha(t_{n-1})(\Delta t_n)$$

Seguint el mètode integratiu de Darboux, per a cada índex i :

$$\alpha(t_{i-1}) \leq \frac{1}{2} [\alpha(t_i) + \alpha(t_{i-1})] \leq \alpha(t_i).$$

La multiplicació per $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ permet el següent:

$$\alpha(t_{i-1})(\Delta t_i) \leq \frac{1}{2} [\alpha(t_i) + \alpha(t_{i-1})][(t_i) - (t_{i-1})] \leq \alpha(t_i)(\Delta t_i).$$

És a dir: $\alpha(t_{i-1})(\Delta t_i) \leq \frac{1}{2} \alpha[(t_i^2) - (t_{i-1}^2)] \leq \alpha(t_i)(\Delta t_i).$

Sumant ara des de $i = 1$ a $i = n$, trobem:

$$S_m \leq \frac{1}{2} \alpha[(t_1^2) - (t_0^2)] + \frac{1}{2} \alpha[(t_2^2) - (t_1^2)] + \dots + \frac{1}{2} \alpha[(t_n^2) - (t_{n-1}^2)] \leq S_M$$

és a dir:

$$S_m \leq \frac{1}{2} \alpha [(t_n^2) - (t_0^2)] \leq S_M.$$

Havent agafat $P = \{t_0, t_1, \dots, t_n\}$ arbitràriament, es conclou que:

$$\int_a^b v_i \text{ o } \int_a^b \alpha t_i = \frac{1}{2} \alpha (b^2 - a^2),$$

on s'ha estimat velocitats instantànies o mitjanes.

L'afer permet un estudi analític ideal respecte a les nocions de moviment i de quantitat, i aquí amb temps purs, de quelcom aconseguit per l'experiència natural. Galileu ja sabia *experimentalment* que els espais són proporcionals als quadrats dels *temps del rellotge* en el moviment de caiguda dels cossos, i des d'aquí va buscar com definir un moviment amb una velocitat, moviment que la varia uniformement.

Hi ha una profusa tasca reelaborant-se des del vessant quantitatiu. Es copsa així el moviment, i les autonomitzacions dels aspectes quantitius, i la filosofia les avalua.

§4. Una nota afegida per a la velocitat i l'acceleració.

En cinemàtica la velocitat [raó d'espai (moviment) i temps pur] i de l'acceleració passen a ser les derivades de les quantitats de l'espai i de la velocitat, respectivament, respecte del temps [pur]. Si l'acceleració segueix alguna funció llavors s'obté la velocitat per integració. Si ho fa la velocitat es troba l'espai [moviment] compromès.

En no augmentar uniformement la velocitat es pot conèixer la llei del creixement o no. En qualsevol cas es pot creure que se la pot conèixer o es pot aventurar simplement que n'hi deu haver una encara que no se la pugui conèixer. Certament la hipòtesi que no hi ha cap regularitat en un esdeveniment fa impossible d'anar més enllà d'un estudi de velocitats i d'acceleracions mitjanes. Però l'esperança de trobar-hi alguna llei fa que s'assumeixi el caràcter que expressem d'instantani de les velocitats i acceleracions com a quelcom obvi, que en el cas més favorable permetrà de construir un tot teòric.

Si més no la interacció entre cossos lliura sovint canvis sobtats de velocitat (per exemple, en els xocs) i llavors es pot avaluar quelcom d'acord amb el que se sap a nivell cinemàtic. Es conclou, per exemple, un augment o disminució instantani de les velocitats, augment o disminució que és una acceleració instantània. La mateixa noció de quantitat de moviment (mv) s'arreglera en tot això en tant que permet de lliurar quantitats de moviments de dos cossos abans de llur xoc amb canvis en les quantitats de moviment dels cossos després del xoc.

VII

SOBRE L'ESTUDI TEÒRIC

La normalitat de l'activitat física i matemàtica no hauria de ser un obstacle en la nostra disciplina per a fer sobresortir que, quan es parla d'espais en cinemàtica, s'està referint a quelcom integrat amb moviments; que el temps és el temps pur, deixant al marge el temps físic dels experiments; que el moviment uniforme i l'uniformement accelerat són ideals; que l'anomenada velocitat és un fet qualitatiu del moviment, i que la consideració d'una raó d'espai i temps permet una relació entre un moviment que gaudeix d'intensitat i un esdeveniment pur; que això val així mateix per a l'anomenada velocitat instantània; que l'expressió quantificada de tot això no altera la resultant de la recerca perquè una qualsevol quantificació és escaient mentre expressi el que defineix; l'acceleració no seria més que una plasmació quantitativa de les corresponents raons entre velocitat i el temps pur; finalment el domini expressiu numèric o geomètric fa reblar una autonomia independent de tot el que es considera a nivell ideal o pur.

Alhora aquest grau superior autònom de l'univers del moviment ideal i de l'esdeveniment pur es vol mantenir així respecte de l'observació i àdhuc de l'experimentació, malgrat que aquesta li hagi servit per a aconseguir la resultant de l'estudi. Apareix *la imatge d'una independència del descabdellament idealitzant i matematitzant*.

Les consideracions a propòsit de la cinemàtica poden ser il·lustratives si es poguessin estendre a d'altres parts de la mecànica, i àdhuc més enllà, del que seria la manera de treballar l'estudi teòric de la física: la circumstància de tractar constantment amb nocions ideals i amb temps purs, les unes i els altres expressant-se quantitativament mentre es faci d'acord amb les regles i les definicions establertes, i precisament degut al caràcter general de tot plegat. En tots els casos l'experimentació serviria per a suggerir regles i relacions, o per a reblar supòsits i descabdellaments, experiments que tindrien en compte temps físics i d'altres afers físics.

Es comprèn que, al nivell que es descabdella aquesta part de la mecànica, no hi hagi afers que es troben en la quotidianitat (friccions, per exemple), o que es permeti una cinemàtica de la partícula com sigui que estem avaluant les afers a nivell ideal i pur, que certament després durà a resoldre com expressar-los per a cossos no elementals.

Arreu de la cinemàtica hi ha idealització i simplificació, tant a nivell de la interpretació del quantitatiu (els moviments són ideals, els temps purs), com per la representació geomètrica que s'hi avé, mentre s'insisteix en les relacions quantitatives d'acord amb les regles i les definicions interpretatives.