

F. GRAELL I DENIEL

**OBSERVANT EL CEL
AMB L'ESFERA ARMIL·LAR**
ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

QUADERNS DE FILOSOFIA

43

F. GRAELL I DENIEL

**OBSERVANT EL CEL
AMB L'ESFERA ARMIL·LAR**
ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

43

QUADERNS DE FILOSOFIA

Barcelona 2024

2ª edició abril 2024

[1ª edició gener de 2016]

© F.Graell i Deniel

ISBN: 978-84-943607-2-5

www.dossier.xtec/graell

www.xtec.cat/~fgraell

www.quadernsdefilosofia.cat

E-mail : fgraell@xtec.cat

El web permet de baixar la còpia d'un qualsevol quadern editat.

Podeu fer ús de l'adreça per a qualsevol correspondència amb *Quaderns de Filosofia*.

CONTINGUT

Introducció, 6.

I. MIRANT EL CEL UNA VEGADA MÉS, 9.

1. El moviment d'un astre i la percepció, 8.
2. La volta del cel, 9.
3. L'esfera celeste i la Terra, 10.
4. El sistema de coordenades horitzontals, 11.
5. Comprensió i model, 12.

II. ELS ANELLS DE L'ESFERA ARMIL·LAR, 14.

III. LA CERCA DEL MERIDIÀ LOCAL

1. El plantejament del problema, 17.
2. El planteig de la solució, 20.
3. La construcció analemma, 21.

IV. LA TROBALLA DE LA LATITUD GEOGRÀFICA DEL LLOC, 23.

V. LA COL·LOCACIÓ CORRECTA DE L'ECLÍPTICA INSTRUMENTAL

1. L'anell del colur solsticial, 27.
2. El moviment del Sol per l'eclíptica, 28.
3. L'anell de l'eclíptica instrumental, 29.
4. Com es troba la posició correcta de l'anell de l'eclíptica, 30.

VI. NOTES AMB L'ESFERA ARMIL·LAR I LA CELESTE

1. La determinació de la llargada de l'any per un càlcul entre equinoccis (o solsticis) i amb quin instrument fixar-los, 33.
2. De les coordenades eclíptiques a les equatorials, 35.
3. De les coordenades horitzontals a les equatorials, 37.

INTRODUCCIÓ

*Ja s'aixeca el Sol, jaquint l'estany delectable,
cap a la volta d'aram, per il·luminar els qui no moren
i els humans moridors damunt la gleva espeltera
(Od. 2,435-437).*

El cel, una volta d'aram (cf. també *Il.5,504; 17,425; Od.3,2; 15,329*), rep aquí sempre adjectius metàl·lics. Ni Homer ni Hesíode no diuen res sobre què passa amb els cossos celestes per la nit; tots apareixen per l'est sobre Oceà, i es ponen per l'oest: no volten per sota la Terra (el Tàrtar no és mai il·luminat pel Sol); tenen algun coneixement sobre les estrelles (surten les Plèiades, les Híades, Orió, Arcturus, i les seves funcions en navegació i agricultura); no diuen explícitament que la Terra sigui plana, però sembla que es pressuposa quan Posidó veu Ulisses a Esquèria, la terra dels Feacis, des de les muntanyes de Sòlim a Pisídia (*Od. 5,284-287*), o Hèlios albira el seu bestiar a l'illa de Tinàcria quan ix o es pon, etc.

L'espectacle admirable del cel d'una nit clara s'ha acompanyat sovint de l'esforç de dir-ne alguna cosa que situï els estels. Més enllà d'aquells genis, l'afany antic d'organitzar-ne algunes constel·lacions deu mostrar si més no una manera de tenir present en les nits escaients aquells estels que semblen característics, més brillants o col·locats d'una manera específica, independentment ara de fer-ho amb una intenció determinada (agrícola, marinera, etc.).

En efecte no costaria de portar a col·lació moltes meravelles de l'antigor babilònica i egípcia, entre d'altres civilitzacions, per a constatar una vegada més la rellevància dels astres i dels cels per a aquells homes, i per a trobar-hi força mesuraments per mitjà d'un escorcoll nit rere nit de la volta del cel encaixant la celístia. L'admiració de l'estudiós és potser comparable a la impressió colpidora de l'univers d'estels que rep l'adolescent distret pel tràfec diari en ciutats i vivint d'esquena a un tal espectacle, quan per atzar s'adona d'una tal magnificència.

Sens dubte ha passat molt des de temps des què s'observava el cel a simple vista; o des d'aquells en què hi havia un munt de tradicions diverses que feien gaudir d'una manera de comprendre el que es veia dalt. En efecte, ¿pot l'individu d'avui, amarat d'una informació extraordinària, trobar-se capaç d'una certa inhibició que permeti de retrobar el que s'hi copsa, en l'observació del cel? Car assumint que hi

ha prou coherència en tot el que se'n sap ara, de l'univers, i mentre es lluita dia a dia per a engrossir-ne les característiques i mesurar-ne l'abast, sembla convenient de saber com s'hi ha arribat i com ha estat possible.

Al cap i a la fi la impossibilitat de recular en el temps no comporta cap proclama a no treballar en els repàs del que ja s'ha aconseguit, ni suggereix que calgui rebre amb mandra la dèria de deixar de banda moltes dades rebudes, de prou esquemes repetits, de força problemes resolts com calia, de la presentació dels nous reptes, i de la recopilació en escrits de tota mena de l'estat de la qüestió i del seu progrés. No es pot tornar al passat i es repensant el present que ens equipem millor per a fer-nos càrrec del que s'estudia avui.

El quadern és doncs una aportació a la filosofia de la ciència. Exposa de la manera més senzilla possible aspectes d'astronomia bàsica amb la pretensió de fer-los comprensibles i – el més important – suggeridors, amb el convenciment que no n'hi ha avaluació sense haver-s'hi deixat captivar.

L'esbalaïment que desvetlla és ja un començament de quelcom. Les notes de filosofia que s'hi incorpora pretenen d'apuntar que hi ha una tasca ingent davant, que tot s'hi troba per a ser contemplat altrament, que cal retornar a una certa mirada que no hi és, en tot allò que ja és un adquirit.

I

UNA VEGADA MÉS MIRANT EL CEL

Sempre es deu estar disposat a recomençar des d'allò que sembla més fàcil d'admetre, i alhora una tafaneria bàsica cerca d'entreveure com es pot admetre quelcom del cel i de la terra, mentre tot això permetria d'apuntar alguna cosa a propòsit del mateix coneixement astronòmic.

1. El moviment d'un astre i la percepció.

Pel cap baix no sembla que calgui cap concepció esfèrica dels cels per a adonar-se que hi ha un canvi de la posició dels astres de nit talment com si giressin per un eix imaginari que passa prop de l'estrella Polar, o per a admetre el moviment diari del Sol i de la Lluna. Si els grecs foren els primers a pensar-hi en termes no mítics, i els babilonis i els egipcis ja gaudien de les dades de nombroses observacions, es fa palès que, a més de disposar d'alguna explicació d'això (el déu Ra recorrent amb la barca l'horitzó, etc.), el coneixement dels canvis en els astres no implicava una manera específica d'explicar els esdeveniments.

Sigui com sigui se suposa que, àdhuc admetent-ho, no hi ha aquí simplement fets en l'accepció que és un fet el color de la paret que hi ha davant, o el dolor que es pateix, és a dir, allò que hi ha d'efectiu, per més elaborat que ja sigui en un adult, de quelcom. Car quotidianament no es veu així la totalitat del moviment dels astres sense que això sigui un obstacle a l'hora d'admetre que el Sol corre pel cel, que hi hagi aurora, alba, matí, migdia, etc.

La sortida, la posta, i sempre que es fixa una pauta rígida, semblen esdeveniments escaients per a percebre el moviment d'un qualsevol astre; tanmateix, àdhuc així, no deu ser possible d'admetre un moviment constant al llarg del dia o de la nit sense que se'l pensi-imagini. I s'hi troben motius per a això.

La circumstància que en una qualsevol part de trajecte d'un astre podria fer-se'n una prova *ad hoc* (deixant ara si es percep veritablement que es mou, o sols se suposa això) no invalidaria la necessitat d'implicar pensament-imaginació en l'observat i, en conjunt, hi és en l'esdeveniment perceptiu. És en aquesta accepció que es diu que es percep el moviment del Sol en l'alba, que se sap que camina per damunt al llarg de la jornada.

Sempre deu ser així – i deu haver estat així en el passat. Es tracta que es percep i s'imagina gràcies a un adquirent; alhora se suposa una ocupació específica que remet a un aprenentatge.

2. La volta del cel.

No ens ocupem de quelcom sense ser-hi en tots sentits, és a dir, sense l'esforç de comprendre el que es percep, i no abandonem les coses i els esdeveniments quan ho fem, l'una i l'altra cosa podent aplicar-se a les múltiples maneres de copsar els afers de les moltes cultures humanes del passat fins arribar a les d'avui dia.

Qüestionem-nos ara i aquí què es necessita per a assumir alguns assumptes i per a comprendre'ls. Es percep el cel de dia i de nit, per exemple, i sembla que no fa res de fingir que hi hagi alguna mena de volta, que al cap i a la fi suposa una conjectura que afecta la percepció, i d'acord amb un tal tarannà conductual s'arriba a defensar que el casquet celeste gira al voltant d'un punt prop de l'estel Polar. És clar que tot això demana molta paciència i llargues observacions, i compromet el cos propi: s'alça el cap, es fixa la mirada, es procura de trobar indrets del paisatge que ajudin a situar això o allò, es repassa l'ordre dels estels. Hi ha una tasca teoricopràctica.

Amb una comprensió del cel d'aquest caire, déu ni do la quantitat d'observacions que es podria anar anotant: el pas del Sol pel zodíac amb la durada major i menor del dia, la seva altura màxima en el solstici d'estiu i mínima en el d'hivern; les dades relacionades amb els rellotges de Sol, l'admissió que els estels circumpolars treballen com un rellotge de nit, la situació dels estels en les diferents estacions, les fases de la Lluna, quelcom dels eclipsis de Lluna i de Sol, les posicions cícliques dels planetes, d'algun fenomen singular. La presumpció d'una volta celeste comportaria certament un gran nombre de possibilitats.

Fóra possible també a partir d'això la confecció d'algun calendari i la troballa d'alguna mesura del temps diari per més aproximada que fos. Hi hauria una ordenació d'observacions de tot tipus.

Caldria «percebre» el cel com una volta, i n'hi hauria prou, amb això. Àdhuc s'admet que es completi amb la circumstància de traçar imaginàriament cercles màxims que passessin per la vertical. Tot gaudint d'un quadrant (o d'un aparell que en fes les funcions), això bastaria per a establir l'altura, una de les coordenades horitzontals: la resultant serviria a una qualsevol de les observacions a propòsit de la situació d'un astre en un temps més o menys circumscrit en l'any (anys).

A l'hora de fixar els punts cardinals, en una avaluació de la Terra com un pla cobert amb un casquet, es podria aventurar que el nord i el sud es trobarien en cantons oposats del semicercle màxim que passés pel centre del casquet circumpolar (el pol nord celeste en les latituds boreals) i pel zenit; i que una línia perpendicular a una del nord-sud orientés en l'est-oest.

3. L'esfera celeste i la Terra.

Ens representem els afers astronòmics, i la reelaboració geomètrica no en seria sinó una reproducció simplificada.

Es fa així a l'hora de mantenir una esfera celeste i una Terra esfèrica, se sigui geocentrista o heliocentrista.

Es cospa l'*eix celeste* com a perllongament de l'eix terrestre: al voltant del primer gira el moviment diari (geocentrisme), al voltant del segon gira la Terra (si més no en l'heliocentrisme); i els pols celestes seran les interseccions de l'eix celeste amb l'esfera celeste. Llavors la intersecció del pla de l'equador terrestre amb l'esfera celeste circumscriu l'*equador celeste*, perpendicular a l'eix celeste, i els dos *hemisferis* (el nord o boreal i el sud o austral).

Es parla de meridians, de paral·lels, es defineix els *meridians celestes* com els cercles màxims que tenen l'eix celeste com a diàmetre, s'és capaç d'esbrinar el meridià local (cercle màxim que passa pel pol i el zenit), es fixa la latitud d'on es viu. I s'estableix el *cercle horari* d'un astre com el meridià celeste que passa per aquest astre, per a la qual cosa no deu caler la concepció esfèrica del cel, però on sens dubte s'hi mou molt millor.

L'escurçament del dia i l'allargament de la nit (i a l'inrevés), l'altura màxima variable del Sol, amb el fet que el Sol surt amb una constel·lació del zodíac fins a completar-les totes cada any, tot això es cospa des d'una concepció esfèrica a través dels punts equinoccials i solsticials de l'eclíptica. Aquesta permetria de comprendre que hi hagi una altura màxima i mínima del Sol (de fet se la pot mesurar), d'acord amb una eclíptica esbiaixada respecte del pla de l'equador.¹

Va havent-hi representació, és a dir, no sols observació, sinó també un pensament-imaginació que va cavalcant-hi de manera que es

¹ L'eclíptica dibuixa la trajectòria anual aparent del Sol, la Terra estàtica, que es troba en un pla inclinat respecte de l'equador celeste en un angle de $23^{\circ}26'29''$. La intersecció dels dos cercles màxims celestes assenyala els punts equinoccials, el punt Àries o Vernal (Υ) i el punt Balança (Ω).

comprèn, s'interpreta. D'aquí que es parli de models. El que s'observa depèn de com s'interpreta, i la interpretació també es funda en el que es percep.

4. El sistema de coordenades horitzontals.

Les **coordenades horitzontals** astronòmiques són l'**altura** (h)² i l'**azimut** (a)³. Els mesuraments de la primera necessitaven si més no una concepció semiesfèrica del cel, els de la segona semblen no pressuposar tampoc la comprensió esfèrica del cel mentre es pogués situar el nord i que, amb l'ajut del zenit, es pogués resoldre el mesurament.

Aquestes coordenades, que no pressuposen una concepció esfèrica del cel, s'obtenen a través de la manipulació d'aparells. Una interpretació dels angles i dels nombres associats a les divisions corresponents d'acord amb el propòsit segons els quals els instruments es van construir. Des d'antic, i àdhuc dins del geocentrisme, se'n troben de diferents (l'astrolabi, la dioptra, el quadrant), com els posteriors (sextants, etc.) ja contemporanis dels primers telescopis. Tant l'altura com l'azimut lliuren quelcom que ocorre dins de la panoràmica de l'observador. Les altres coordenades demanaran una concepció esfèrica del cel i més elaboració.

El lector de l'*Almagest*, per exemple, (i possiblement això fóra vàlid per a obres anteriors) s'adona que no se circumscriu a una presentació astronòmica local, sinó que s'hi pressuposa una comprensió deslocalitzada, de manera que les observacions (interpretades) s'assumeixin des de la concepció esfèrica del cel (i de la Terra), per tant des de quelcom que sols pot ser representat, i que es troba motivat per una escorcolladora observació que ahora en depèn. Els astres es col·loquen ara segons el conjunt modèlic que s'ha elaborat. No hi ha només un referent perceptiu: s'ha representat allò que s'ha volgut i ha estat convenient, hi ha calgut geometria i càlcul, construcció d'aparells d'acord amb el model, observacions d'acord amb tot això.

² L'altura és l'angle entre l'horitzó i la posició de l'astre mesurat sobre el cercle vertical que passa per l'astre, és a dir, sobre el pla que passa pel zenit, pel nadir i per l'astre.

³ L'azimut astronòmic d'un astre és l'arc d'horitzó comprès entre el punt cardinal del mateix nom que el pol elevat i el punt on l'horitzó creua el cercle vertical de l'astre.

D'altres autors fan que oscil·li de 0° a 180° cap a l'est o cap a l'oest (azimut oriental o occidental).

D'altres el mesuren des del sud cap a l'oest fins al punt més pròxim a l'astre, i el fan variar de 0° a 360°.

L'amant de l'astronomia deuria recapitular en algun moment el que hauria après, i tensor la mirada cap al cel de dia i de nit en l'afany d'escorcollar allò que el deuria moure a la resta.

Les altres coordenades astronòmiques segueixen el model de l'esfera celeste, una hipòtesi grega o un mitjà heurístic.

5. Comprensió i model.

El gir diari del Sol en el geocentrisme, o la rotació diària de la Terra en l'heliocentrisme, fixen les posicions del Sol i les preveuen; gaudeixen d'una eficàcia: es comprèn què fa el Sol o la Terra⁴.

1. L'esfera celeste (o qualsevol altre element astronòmic) omple un paper representatiu. És a dir, fa la funció de l'experiència perceptiva, és un complement representatiu, que vol ser tan congruent com sigui possible, tot seguint les congruències espacials.

Des d'aquest punt de mira l'esfera celeste fa un tot amb el cel de nit i de dia, s'hi troba aquesta representació.

Hi ha així comprensió modelitzada.

El model fa la tasca que omplen, en d'altres parts del saber natural, les indicacions que ensenyen quin és el tema, què s'estudia, què es té entre mans. Sense el model no se sabia de què s'estaria parlant, què és allò que s'estima constatar.

El model és representatiu, independentment d'una qualsevol idealització o exigència.

La geometria simplificant bastant la tasca que hi ha en una reproducció (dibuix o maqueta), reté un fort caràcter instrumental; la preferència de considerar els afers des dels punts i línies, després des de superfícies, i finalment arribant als sòlids, revela la cerca d'eficàcia sobretot en vistes a servir perquè l'aspecte quantitatiu numèric implícit que conté s'expliciti en raons i proporcions, en expressions algèbriques i, més endavant, analítiques.

⁴ 'Conèixer' pot usar-se de moltes maneres. Es coneix un lloc (per haver-lo visitat), algú (per haver-s'hi fet), una música (per haver-la escoltat), etc.

La comprensió es troba més aviat en un procés que va des d'allò que ofereix una dificultat, un interrogant, una ignorància, a vencèr-ho d'una manera o d'una altra, i també doncs en la resultant. Es comprèn un problema, una explicació, l'estat d'un fòssil, una reacció atòmica, etc.

2. L'estudi astronòmic no vol ser una aproximació comprensiva que faci versemblant un discurs. La noció que els afers són gairebé com es representen orientaria les activitats de l'estudiós i l'animaria a ajustar-se més i més a allò que fóra una manera escaient d'acabar-los.

Es tracta que les representacions permeten que es quantifiqui les parts dels seus elements, amb el domini numèric corresponent fins a arribar a les expressions més generals possibles.

Precisament l'estudi astronòmic suposa un tal lliurament representatiu seguit pel seus implícits propis quantitius; de manera que hi ha una representació dels astres i moviments, mentre ajusta el seu model a través de la quantitat. L'encert de l'un aspecte no pot – no hauria de – no reblar l'altre.

3. És el model i el conjunt dels tractes amb els afers el que permet una aproximació quantitativa pel fet que s'ofereix per a fer comprendre el conjunt (per exemple, el punt Vernal es troba en l'encreuament de l'equador celeste i l'eclíptica, i a partir seu es compta l'arc corresponent); alhora és l'aproximació quantitativa la que permet millorar (o canviar) el model i les concepcions establertes (el recompte dels dies i les hores permet de concloure que no hi ha una distribució per quarts, dels dies de l'any, en les quatre estacions); i, per a esmentar quelcom molt posterior, és així mateix la quantitat la que permet fer aflorar una coherència entre fenòmens reblant el supòsit que tinguin el mateix capteniment (les forces i les acceleracions amb què s'estudia el moviment de translació de la Terra, i les que expliquen la precessió).

En tots els casos es tracta que es persegueix saber, i es fa per la representació i la seva quantitat respectiva. S'apunta l'una o l'altra, o les dues, segons la conveniència de la recerca.

II ELS ANELLS DE L'ESFERA ARMIL·LAR

Les consideracions al voltant del coneixement complau especialment al filòsof de la ciència. Entre les nombroses pàgines de l'*Almagest* que ho podrien il·lustrar sembla particularment rellevant de fixar-se una mica en els supòsits que hi ha en l'ús dels instruments astronòmics que esmenta, especialment en aquell que avui s'anomena esfera armil·lar (zodiacal), i que no pressuposen necessàriament un concepció geocèntrica o heliocèntrica. En l'*Almagest* se l'anomena instrument 'astrolabi', adjectiu que aquí significa sols «per a abastar [la posició de] les estrelles», i no té res a veure amb l'instrument anomenat avui així.

En el treball de Ptolemeu la descripció de l'armil·lar es troba al començament del llibre V, que tracta dels estels, descripció que l'estudiós d'avui d'aquell aparell completa amb els comentaris de Papos, de Teó i de Procle. A.Rome ho recollí tot en un article que ha esdevingut el referent per a saber la construcció i l'ús de l'instrument⁵. Fet i fet prou treballs posteriors basen la figura que representa els anells de l'aparell en el dibuix inclòs en aquell treball.

L'esfera armil·lar s'usà des del segle III aC (Hiparc diu que el seu inventor és Eratòstenes) fins al segle XVII, amb l'adveniment del telescopi, i fou l'instrument bàsic de tots els astrònoms en la determinació de les posicions celestes.

D'altra banda ha suscitat des de sempre força interès, i se n'ha construït modernament a fi d'emular les observacions d'antics, medievals i moderns⁶. Si més no la mera destresa a usar-lo permet de

⁵ A.Rome, «*L'Astrolabe et le Météoroscope d'après le commentaire de Pappus sur le 5^e livre de l'Almageste*», *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, sér.A, *Sci. math. Mémoires*, xlvii (1927), 77–102, 129–140.

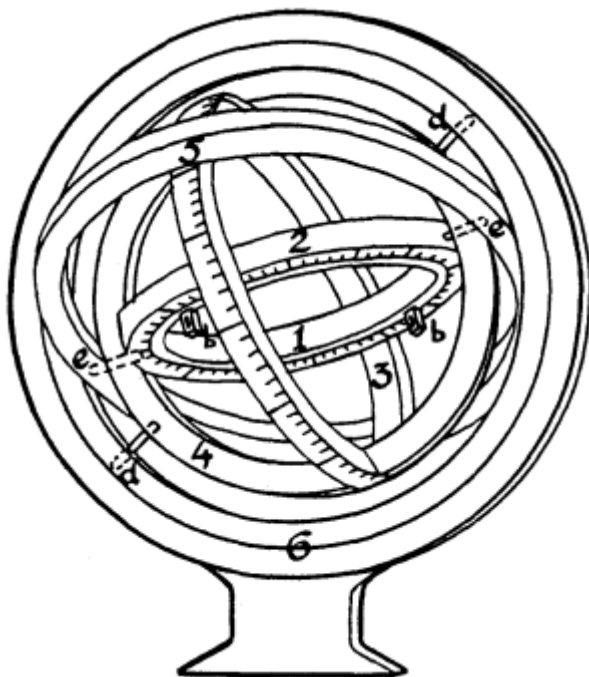
⁶ S'esmenta en especial el treball de Jarosław Włodarczyk, «*Observing with the Armillary Astrolabe*», *Journal for the History of Astronomy*, august, vol.18, no. 3/agost 1987, 173-195, que facilita força la comprensió de l'ús de l'aparell i se'l tindrà aquí en compte. L'autor usà una esfera armil·lar construïda el 1950, per l'Institut d'Astronomia Geodèsica de la Universitat Tècnica de Varsòvia, hi feu

tocar afers rellevants perquè es pot entreveure que el domini de l'esfera armil·lar, àdhuc quan hom s'hi apropa sense discussió dels detalls, palesa un reguitzell de problemes il·lustratius.

L'instrument astrolabi de Ptolemeu consisteix en sis anells concèntrics sobre algun suport estable (*cf. la figura adjunta*).

Quatre d'aquests (1, 2, 3 i 5) formen el sistema eclíptic⁷.

L'anell 1 és el més intern de l'aparell i llisca per la part de dins de l'anell 2. A més a més té dues pínules *bb*, per on es dirigeix la mirada cap a l'astre una vegada s'ha emplaçat correctament l'esfera armil·lar, i per tal de mesurar bé els arcs compromesos.



(de l'edició de l'obra de G. J. Toomer)

nombroses observacions per tal de comprovar les resultants antigues amb les seves, i de discutir-hi el paper de la refracció en la determinació de les longituds dels estels referents (és a dir, que serveixen per a saber la longitud d'altres estels).

⁷ El terme grec d'on prové el mot «eclíptica» significa literalment «que té a veure amb els eclipses». Ptolemeu no l'usa mai, i prefereix d'altres girs: per exemple, «el cercle pel mig dels signes».

L'anell 2, l'anell interior de latitud, es manté gràcies als pivots *ee*, roda com una baldufa sobre l'eix *ee*, línia que fa també d'eix de l'eclíptica.

L'anell 3 és l'anell eclíptic, i està soldat amb l'anell 4 pels punts solsticials; els esmentats pivots *ee* passen pel seu eix (i representen els seus pols), que és l'eix del pla de l'eclíptica. Entre els pivots *ee* i els que representen els pols equatorials, *dd*, hi ha l'arc que correspon al de l'obliquïtat de l'eclíptica.

Aquell anell, el 4, d'una mesura de radi igual al de l'anell 3, és l'anell color solsticial; passa pels pols de l'eclíptica i de l'equador: de fet pot voltar com una baldufa gràcies als pivots *dd*, que representen els pols de l'equador.

L'anell 5, com l'anell 2, roda tenint com a eix *ee*, que és el de l'eclíptica, i representa l'anell exterior de la latitud.

Finalment l'anell 6, que és el del meridià del lloc, es troba fixat pels pivots *dd*, que representen els pols de l'equador celeste i pels quals passa l'eix corresponent.

Les cares laterals de l'anell eclíptic (el 3) i de l'anell intern de latitud (el 2) estan graduades en 360°. L'escala de la latitud geogràfica (en l'anell meridià) també comprèn una divisió per graus.

Ptolemeu pressuposa l'esfereïtat de la Terra i l'esfera celeste, per a les quals coses hauria calgut tot un reguitzell d'observacions i d'assumpcions en un model, és a dir, en un ventall d'afers (cf. *Almagest* I,3-4), segons el qual model s'anoten les coordenades dels astres; i tot això es perllonga, es rectifica o es completa, amb d'altres supòsits d'ordre no quantitatiu que serveixen, des de les quantitats del cas, per anar lliurant exactitud al conjunt, ajustar-lo segons les quantitats explicitades en el conjunt modelitzat.

Que es col·loqui la Terra o el Sol enmig de l'armil·lar no gaudiria de més significació com sigui que l'aparell serveix igualment en l'heliocentrisme, i allò cabdal fóra l'ús dels anells. Els motius copernicans per a fer rodar la Terra sobre el seu eix en el *De revolutionibus orbium coelestium* palesen una vegada més la capacitat per a gosar capgirar l'establert a través de la permuta del moviment de l'esfera dels estels fixos per la quietud de la Terra, i a l'inrevés. Es tracta d'afers tal qual no quantitatius que fan copsar diferentment el cosmos, i que reben el seu ajustament quantitatiu.

III

LA CERCA DEL MERIDIÀ LOCAL

Una vegada feta la introducció dels anells el pas següent consisteix a dreçar l'esfera armil·lar en un pla horitzontal i a anar girant l'anell 6 de manera que s'orienti en el pla del meridià del lloc, i el representi instrumentalment en l'aparell. Hi ha, però, el problema de saber per on passa el meridià esmenat. ¿Es troba fàcilment, això?

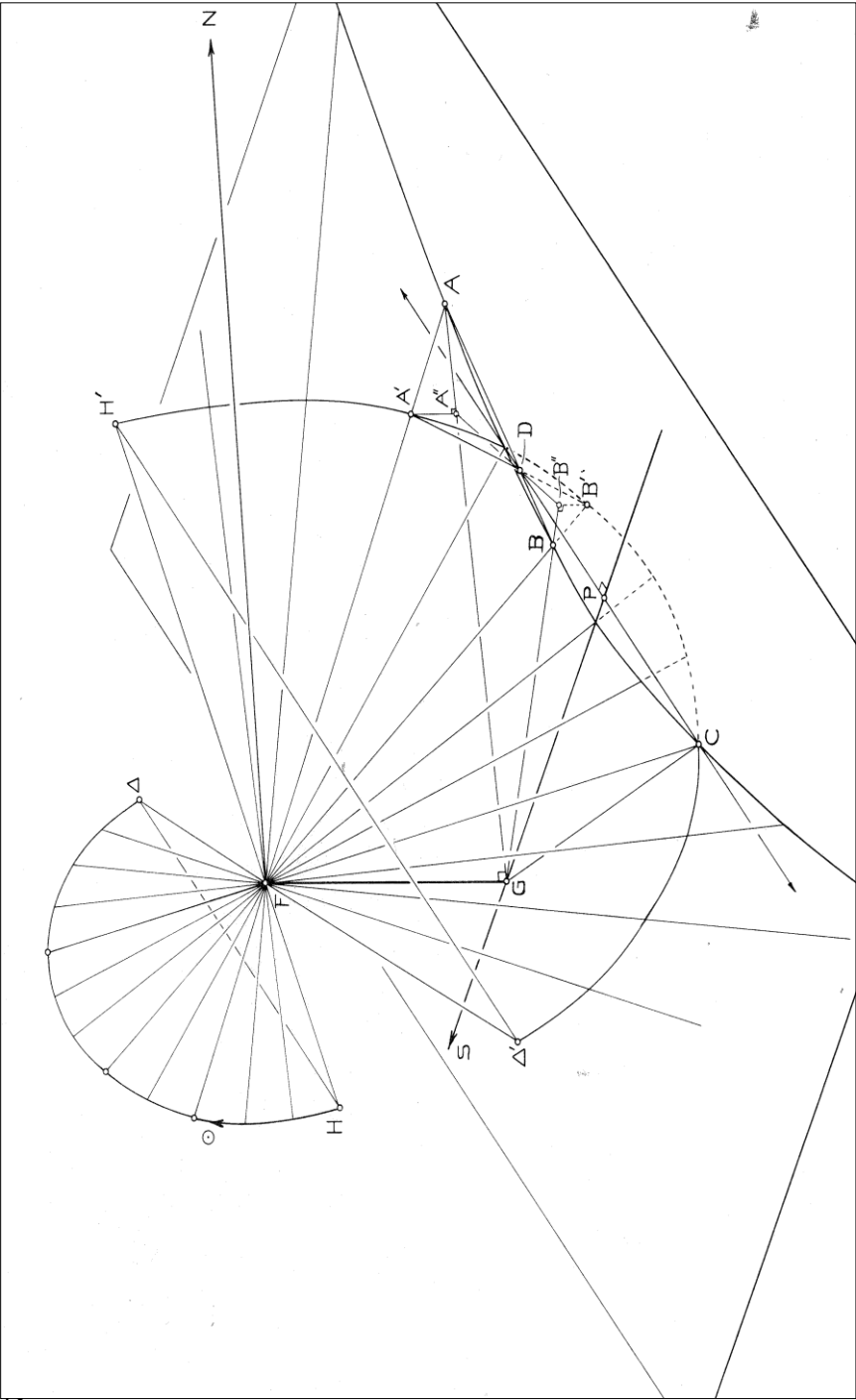
1. El plantejament del problema.

L'anell més extern, el 6, s'ha de situar doncs segons l'orientació de meridià. Ptolemeu afegeix que es fa a semblança del descrit quan parlava de fer observacions de l'arc del meridià entre els punts solsticials (cf. *Almagest* I,12), però aquí no diu pas com determinar el meridià del lloc. Val la pena de provar de fer-ho seguint algun dels mètodes antics. S'hi palesa l'habilitat grega per a fer-se càrrec dels problemes i alhora permet el lector d'avui d'exercitar els lligams espacials mentre s'adona que el *sine qua non* d'un seguiment quantitatiu rau en el fet que hi hagi aquestes relacions en el model.

Estudiem, per exemple, la determinació de la línia meridiana de Diodor d'Alexandria (s.I aC) recollida en el seu llibre *Analemma*⁸, del qual hi ha referències en autors posteriors.

Agafem un gnòmon vertical GF de llargada g (se suposa en l'hemisferi nord i el Sol amb una inclinació meridional). En el gràfic el Sol surt per H i es pon per Δ (el raig solar arriba a F , el punt més alt del gnòmon, per H , etc.), i els seus raigs es perllonguen més enllà de F , de manera que, de l'eixida a la posta, hi va havent un ombrejat sobre el pla

⁸ En el seu context astronòmic *analemma* (en grec antic «pedestal d'un rellotge de sol») significa un mètode per a trobar, a través de construccions geomètriques en un pla, certs arcs i angles que determinen un punt de l'esfera celestial. En terminologia d'ara es podria parlar d'una «geometria descriptiva». Cf. Otto Neugebauer, *A History of ancient mathematical astronomy*, 3 vol. (1. *The Almagest and its direct predecessors. Babylonian astronomy*; 2. *Egypt. Early Greek astronomy. Astronomy during the Roman Imperial period and late antiquity*; 3. *Appendices and indices*), Berlin [etc.], Springer, 1975 [*Studies in the history of mathematics and physical sciences* 1], II, 839. L'estudi de Diodor es troba a II, pàgs.840-842, els gràfics es manlleven de III, pàgs.1376-77.



horitzontal on es troba G que segueix, per exemple, la línia ABC . Agafem la llargada de tres ombres diferents, GA , GB , GC .

Llavors, si FN representa la direcció del nord celeste (exactament sols se sap després de situar el meridià, però s'ha convingut que el Sol s'inclina meridionalment), es pot imaginar que FN és l'eix d'un con circular recte fet pels raigs solars des de F (que seria el vèrtex). És a dir, els raigs solars lliurarien mitja superfície lateral d'un con – els punts A , B , C formarien part d'aquesta superfície lateral del con, i cadascun s'integraria en una generatriu –, específicament la part formada pels raigs diürns, deixant la resta de la superfície lateral del con per al circuit solar fet durant la altres hores (les de la nit). La base, se la pot imaginar a tall d'un cercle tan allunyat com es vulgui.

Es pot suposar que aquesta mitja superfície lateral del con, de les dimensions que es vulgui, creua el pla horitzontal que passa per G , base del gnòmon, per tant que se la pensi amb unes determinades dimensions, per exemple, com a superfície lateral d'un con amb semi base $H'CA'$, de manera que una part de la base del con es trobi per sota del pla horitzontal, una altra part per damunt seu, i que el segment comú (encreuament de la base i del pla horitzontal) tingui per extrems precisament el punt C , alhora del pla i de la base, i un segon punt comú entre B (punt del pla per damunt de la base del con) i A (punt del pla per sota de la base del con). Tot plegat és imaginable perquè el con dels raigs solars pot ser de tanta altura com es vulgui.

Continuem: FN és l'eix del con, i és paral·lel al pla horitzontal (la línia que uneix HA i la FN defineixen un pla paral·lel a l'horitzontal per G). La secció que fa un pla paral·lel a l'eix del con i que el talla és una hipèrbola. Per això la línia que uniria A , B i C ho seria.

Hi ha la base del con $H'CA'$. Aquesta base és paral·lela al semicercle engendrat pel trajecte solar $H\theta A$, que seria la base d'un altre con amb vèrtex a F , invers a l'anterior. El recorregut $H\theta A$ representa el del Sol: ha de ser paral·lel al pla equatorial perquè en el geocentrisme el Sol gira diàriament mogut pel primer moviment, en l'heliocentrisme la Terra gira diàriament al voltant del seu eix i, en els dos casos, el circuit solar és el patró de tots els cercles paral·lels a l'equador (que és sols el cercle més gran)⁹.

⁹ El Sol fa (o aparenta) un gir semicircular diari. Des de la llunyania es pot pensar que es troba recurrent una circumferència que fa de base d'un con enorme que té com a vèrtex un punt fix, l'extrem superior de gnòmon. D'aquí la

Per tant la base $H'CA'$ és paral·lela al pla de l'equador, i passa pel punt C .

El pla horitzontal del lloc, i que passa per G , és tangent a un cercle màxim de la Terra que passa pels pols (és tangent al meridià del lloc): la intersecció entre aquell pla horitzontal i un pla paral·lel a l'equatorial serà una línia paral·lela a la que uniria l'eixida i la posta del Sol (perpendicular a la que seguiria una dirigida cap als pols). En d'altres paraules la intersecció lliura una línia paral·lela a la direcció est-oest.

Si es troba aquesta línia, la perpendicular seguirà la direcció nord-sud i serà el meridià del lloc.

2. El planteig de la solució.

Si més no ja es coneix un punt d'aquesta línia: el C , que pertany al pla horitzontal i – pel fet d'haver escollit la base més profitosa del con dels raigs solars – al pla que fa de base del con. Ni B , que està per damunt de la base del con escollida, ni A , que està per sota d'aquesta base, es troben en la base. Com abastar-hi un segon punt per tal de determinar-hi la línia d'intersecció entre el pla horitzontal i el pla paral·lel a l'equatorial?

Agafem el raig solar FA : aquest raig passa pel pla $H'CA'$ que fa de base del con dels raigs solars, és clar (n'és una generatriu), i sigui A' el punt on troba aquest pla.

Fem el mateix amb el raig FB , la prolongació del qual troba la base del con de raigs solars en el punt B' .

Ara hi ha diferents maneres de procedir, i aquí se'n seguirà sols una.

En efecte el punt A' es troba per damunt del pla horitzontal: per tant n'hi ha una projecció perpendicular sobre aquest pla, i sigui llavors A'' aquest punt del pla horitzontal.

Però el punt B' es troba per sota el pla horitzontal: n'hi ha una projecció perpendicular cap a aquest pla, i sigui llavors B'' aquest punt del pla horitzontal.

B' es troba per sota del pla horitzontal, A' per sobre, i els dos són de la base $H'CA'$ del con de raigs solars: per tant els punts que els apropen (que segueixen l'arc de la circumferència) creuen el pla horitzontal. En quin punt? Òbviament en un que pertany al pla horitzontal, que es troba en l'arc $A'B'$ de la base $H'CA'$ del con, arc que segueixen les projeccions

representació d'aquest circuit per $H\Theta A$. L'heliocentrisme afegirà sols que el desplaçament no és degut al moviment del Sol, sinó al de la rotació de la Terra.

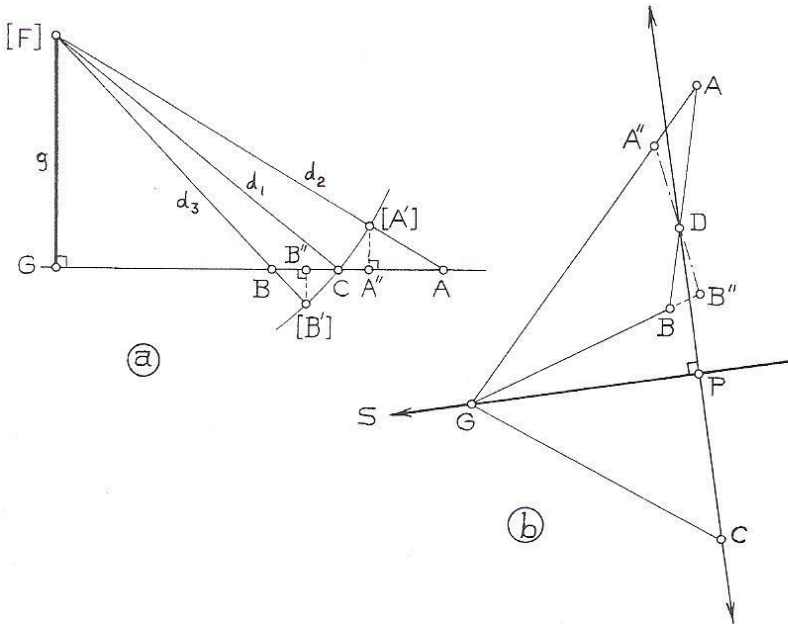
d'A''B'' sobre el pla horitzontal – i el mateix punt també es troba en l'arc de la hipèrbola AB: si A i B s'apropen per l'arc, també ho faran els punts A' i B' que escurcen o perllonguen els raigs solars, i així mateix els punts A'' i B'' que són les seves projeccions al pla horitzontal. Tots es troben en un punt D, que pertany alhora al pla horitzontal i al pla paral·lel al pla equatorial.

La línia CD, intersecció dels dos plans, és en la direcció est-oest. La seva perpendicular per G lliura la línia meridiana.

3. La construcció analemma.

El que s'ha dit als paràgrafs de dalt es mou a un nivell de plantejament del que representa el gnòmon, els raigs incidents del Sol, les seves prolongacions més enllà de gnòmon, i el pla horitzontal. Després s'ha discutit els sis: si s'agafés els raigs que passen per A i B, si els punts A' i B' són del pla de la base del con, si A'' i B'' són les seves projeccions al pla horitzontal, etc.

Tanmateix, com s'ha de portar a la pràctica tot això? De quines mesures es disposa? Com es pot arribar a traçar eficaçment la línia



paral·lela en la direcció est-oest? Aquí és on entra la construcció analemma corresponent.

Perquè, col·locat hom en el lloc, pot mesurar les distàncies $d_1=FC$, $d_2=FA$, $d_3=FB$. Com? Perquè coneix quant fa $FG=g$, i també GA , GB , GC , que són les llargades de les ombres: per tant extreu les hipotenuses dels triangles.

Coneixent els tres triangles FGA , FGC i FGB , se sap AA' i BB' per dues simples sostraccions (d_2-d_1 i d_1-d_3).

I per la semblança dels triangles es coneix què val BB'' ; i què val AA'' , i així on són els punts A'' i B'' .

Els següents quatre punts es troben en el pla horitzontal: A i B són els extrems de l'ombra, i ara s'ha trobat A'' i B'' . Certament caldria apropar els punts A i B a través de la hipèrbola cosa que faria apropar A' i B' , i també A'' i B'' . Preses les suficients precaucions (per exemple, la relativa proximitat de A i B , i la relativa distància de C), es pot assumir – sembla que és el que feu Diodor – que el punt cercat D és la intersecció de les línies AB i $A''B''$, les dues en el mateix pla, intersecció que es pot dur a la pràctica en el lloc mateix amb els estris del cas.

Llavors es traça efectivament sobre el terra la línia CD en la direcció est-oest. L'assenyalament de la línia meridiana per G , perpendicular a l'anterior, és un exercici pràctic clàssic i fàcil de dur a terme.

S'ha arribat a fixar la línia meridiana del lloc amb bastant exactitud.

Ara cal parar l'armil·lar i situar el pla de l'anell més extern, el 6, seguint la línia meridiana del lloc¹⁰.

¹⁰ No cal dir que hi ha d'altres maneres d'apropar-se a la construcció d'una línia est-oest (i nord-sud fent-ne la perpendicular). Una bastant característica és el mètode del cercle indi, la descripció més antiga del qual es troba en un text vèdic del segle IV aC, i que és l'usat – per exemple – per Copèrnic en el *De revolutionibus*. L'afer és prou simple: s'alça un gnòmon en un lloc pla, es dibuixa un cercle al seu voltant de radi l'alçada del gnòmon. Al matí es marca el punt on l'ombra solar que fa el gnòmon creua la línia del cercle i precisament quan la creua. I es fa el mateix a la tarda. Llavors es traça una línia entre els punts, que seguirà aproximadament la direcció est-oest.

Segles més tard provaren de corregir el fet que la declinació del Sol es lleugerament diferent al matí i a la tarda. Tanmateix la declinació és semblant als solsticis (el millor és el d'estiu).

Notem també que hi podria haver una dificultat a l'hora de precisar en alguns casos el centre de l'ombra de la part alta del gnòmon.

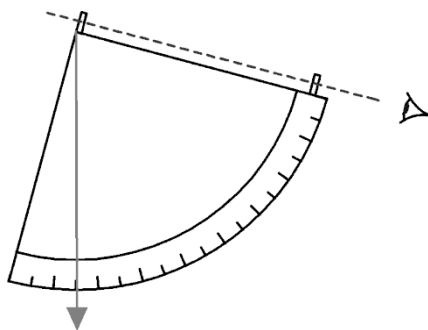
IV

LA TROBALLA DE LA LATITUD GEOGRÀFICA DEL LLOC, QUE ÉS IGUAL A L'ALTURA DEL POL CELESTE

1. Establert l'anell més extern (el sisè) en l'orientació del meridià i perpendicular al pla de l'horitzó, llavors cal fer-lo rodar sobre el seu centre de manera que l'eix dels pols de l'equador – representats pels pivots *dd* en la figura de l'armil·lar– marqui una elevació (l'altura) del pol (nord), respecte del pla horitzontal, igual a la latitud del lloc.

Certament hi ha diferents mitjans de determinació de la latitud del lloc¹¹.

Per exemple, es podria provar de mesurar directament l'altura del pol. Amb un aparell elemental (astrolabi, dioptra, quadrant, etc., i a partir dels temps moderns el sextant o l'octant) es coneixeria directament l'altura del pol col·locant l'aparell perpendicular al pla horitzontal i seguint la línia meridiana.



(imatge extreta de la viquipèdia anglesa)

Agafem un quadrant. Es tracta d'un aparell bastit en forma d'un quart de cercle, amb una escala graduada al llarg de l'arc. Disposa de dues pínules col·locades als extrems d'un dels costats del quadrant, des

¹¹ Ptolemeu, i en conjunt els antics, parlen de «altura del pol», sabedors que equival, en termes actuals, a la latitud terrestre: «Hi ha la distància dels pols del primer moviment [de l'equador] des de l'horitzó, o la distància del zenit des del l'equador mesurat al llarg del meridià», *Almagest* II.1

de l'una de les qual es mira a través de l'altra. Quan se l'usa cal inclinar el quadrant per tal d'observar l'astre per les dues pínules, i llavors la plomada lligada al que fora el centre del cercle, i que fa d'extrem del quadrant, assenyala – amb el desplaçament del conjunt de l'aparell – els graus en l'escala de l'arc, que corresponen a l'altura (respecte del pla horitzontal) del cos celeste que s'ha observat.

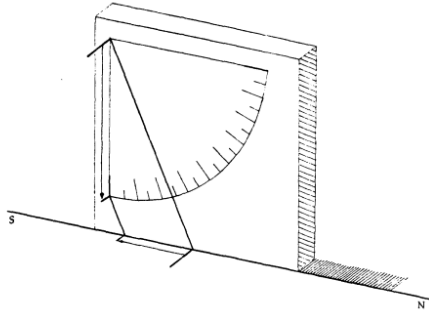
Val la pena de fer notar que l'observador es pot considerar sempre en el centre de l'Univers, és a dir, al centre de la Terra amb la mateixa inclinació del pla horitzontal de què gaudeix en la superfície, però a través del centre. Ptolemeu (i els astrònoms posteriors) repeteix que la Terra és un punt al costat dels cels (malgrat que calgui tenir en compte, per exemple la paral·laxi, per a algunes mesures).

Tot i això l'*Almagest* mai no esmenta l'observació directa del pol per a fixar la latitud geogràfica, i de fet més aviat sempre la dedueix, ja des del coneixement de les hores diürnes del dia més llarg (II,3), ja des de l'observació dels solsticis (I,12), tal com ara mateix s'esbossarà.

2. En efecte les puntes dels gnòmons són també el centre de l'Univers, on van a parar els raigs del Sol en el seu gir diari, raigs i ombres que es perllonguen més enllà d'aquest centre.

Precisament un dels altres mitjans d'assoliment de la latitud es basa a seguir l'ombra solar. Es tracta d'una de les maneres explicades per Ptolemeu (*Almagest* I,12). S'agafa, per exemple, una peça de fusta o de pedra, ben polida per una cara, tan plana com sigui possible, damunt de la qual s'hi dibuixa un quadrant, amb la corresponent escala en l'arc. S'agafen dues agulles, una col·locada en el centre del cercle del qual el quadrant és un quart, i l'altra en l'extrem del radi (que serà l'inferior una vegada dreçat l'aparell) precisament perquè una plomada que cau des de l'altra agulla permeti de dreçar la placa tan vertical com sigui possible, és a dir, que la plomada i la placa siguin paral·leles a la vertical fins al zenit.

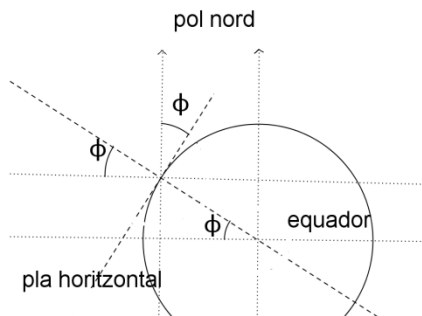
Com sempre cal alinear l'aparell en la direcció nord-sud, amb el radi del quadrant que conté les dues agulles en el cantó meridional (en l'hemisferi nord). Llavors es tracta de resseguir al llarg de l'any l'ombra solar al migdia de l'agulla més alta sobre el pla de l'horitzó, que va fluctuant amb el pas dels dies entre una ombra que marca un arc mínim des de la vertical (solstici d'estiu) fins a una amb un arc màxim des de la vertical (solstici d'hivern), i de repetir-ho en anys diferents. S'observa que la diferència entre els dos solsticis és aproximadament la mateixa.



Més avall es dirà alguna cosa a propòsit del cercle del zodíac i el pla de l'eclíptica; en qualsevol cas aquest últim es troba esbiaixat respecte de l'equador terrestre i celeste, i el traspassa en els equinoccis. D'aquí que Ptolemeu pugui dir: «des d'aquesta mena d'observacions és fàcil de derivar immediatament la latitud [*κλίμα*, en l'accepció d'una banda de la Terra] de la regió on és feta l'observació, sigui on sigui: s'agafa el punt mitjà entre els dos extrems que corresponen [*als solsticis*]; aquest punt està en l'equador; després es pren la distància entre aquest punt i el zenit, que és el mateix, òbviament, que la distància del pol des de l'horitzó».

El punt mitjà assenjala on es troba l'equador, i la meitat d'aquella diferència entre dos solsticis és l'angle entre l'equador i el pla de l'eclíptica ($\varepsilon = 23^{\circ}26'29''$, l'obliquïtat de l'eclíptica segons els valors d'avui, $23^{\circ}51'20''$ segons Ptolemeu). Per tant la línia (per dir-ho així: el raig solar) que passa pel centre del quadrant i pel punt mitjà entre els dos solsticis és una línia que pertany a un pla paral·lel al de l'equador.

(visió des de l'est)



I tenint la línia meridiana es gaudeix de la direcció oest-est, que li és perpendicular. Hem d'imaginar-nos sempre l'afer com si ens

trobéssim al centre de l'Univers. Es fa obvi que l'angle entre la vertical (cap al zenit o cap al nadir) i aquesta línia del pla paral·lel al de l'equador és la desviació respecte del pla equatorial del lloc on es fa l'observació, és a dir, la latitud, que també és l'altura del pol.

Ja es pot arranjar el sisè anell de l'armil·lar en l'orientació del meridià i rodar-lo de manera que l'eix que passa pels pivots *dd*, que representen els pols de l'equador, assenyali una altura del pol (nord) igual a la latitud el lloc (cosa que es pot fer amb comoditat si s'hi ha marcat una escala graduada, sobre l'anell, i s'hi ha fixat el zenit amb l'ajut d'una plomada: l'angle entre el pol nord i el zenit és el complementari de la latitud – la colatitud).

V

LA COL·LOCACIÓ CORRECTA DE L'ECLÍPTICA INSTRUMENTAL

L'anell 5 de la figura de l'armil·lar (un anell auxiliar) gira al voltant de l'eix *ee*, el dels pols de l'eclíptica, i serveix com a anell exterior de latitud una vegada s'ha trobat el lloc de l'anell eclíptic (més o menys fa el mateix que l'anell 2, que és l'anell interior de latitud).

Passem ara als anells 4 i 3.

1. L'anell del color solsticial.

Se sap que els pivots (*dd*) de l'anell 6 representen els pols nord i sud, i gràcies als quals és possible de fer girar també l'anell 4 (el color solsticial), anell que passa pels pols de l'eclíptica i de l'equador, i que pot voltar gràcies als pivots *dd*, fixats en els seus laterals.

Sabent que el centre de l'armil·lar fa de centre del món, havent col·locat al seu lloc l'anell meridià i fent-lo girar ben orientat en la direcció nord-sud, no hi ha dubte que el gir de l'anell 4 és el d'un moviment giratori d'un cercle màxim a través dels pols equatorials.

L'anell del color, es diu, passa pels pols de l'eclíptica i de l'equador: gira sobre els d'aquest darrer, i té fixat l'anell de l'eclíptica instrumental, que manté soldat pels punts d'aquesta eclíptica que han de representar els solsticis. Per consegüent cal bastir l'aparell de manera que l'arc entre el pol equatorial i el corresponent solstici (pol nord/solstici d'estiu, pol sud/solstici d'hivern, en l'hemisferi boreal) sigui el complementari de l'obliquïtat de l'eclíptica, que és l'arc entre el pla d'aquesta última i el pla de l'equador. O també: l'arc de l'anell del color entre l'eix *ee* de l'eclíptica i l'eix *dd* de l'equador és igual al de l'obliquïtat.

Fet i fet el paper de l'anell del color, i de la fixació de l'eix de l'equador pels pols, rau a permetre de col·locar correctament el pla de l'eclíptica instrumental, quan l'aparell ja es troba en l'orientació del meridià amb la inclinació escaient dels pols. Car la lectura tradicional es fa per coordenades eclíptiques i no equatorials.

La circumstància que l'anell del color conté els pols de l'eclíptica i de l'equador permet que, si l'anell 6 ja s'ha disposat oportunament (és a dir, verticalment i girat d'acord amb la latitud geogràfica), el fet de dur

els pols de l'anell 3 (els de l'eclíptica instrumental) en la línia zenit-nadir, i fer que l'anell 4 (el del color) coincideixi amb el pla de l'anell 6 (el del meridià local) permet d'establir així el meridià del lloc, per tant esdevé una manera de determinar-lo quan prèviament es coneix la latitud geogràfica del lloc d'observació (els dos pols fixats tenint en compte una latitud, i el zenit, determinen un pla). A més a més l'anell 2 pot usar-se en unes tals circumstàncies com a cercle d'altura i llegir directament l'azimut del Sol en el cercle eclíptic¹².

2. El moviment del Sol per l'eclíptica.

La manera més senzilla de comprendre què representa l'eclíptica rau en el següent¹³: hi ha un moviment del Sol (a més a més del diari) respecte dels estels que no pot ser observat directament (la seva llum amaga les estrelles). Quin és aquest moviment? Si s'apunta les constel·lacions que surten immediatament abans del Sol cada matí es veurà que varien d'acord amb l'època de l'any. Suposem que un matí el Sol sembla que surti en el cel després de la constel·lació de Taure: abans de l'alba surt Taure i després, en el mateix lloc, el Sol. Quan el Sol surt no es pot veure Taure (la llum del Sol ho impedeix), però se suposa que Taure segueix en la direcció on era tot guiant el Sol durant el dia. Un mes més tard s'observa que no és Taure que surt immediatament abans del Sol, sinó Bessons, que surt, i després de Bessons surt el Sol següent-lo. Al mes següent Taure guia Bessons, Bessons a Cranc, i Cranc al Sol. Passats sis mesos Taure s'ha avançat tant, que es pon quan surt el Sol. Després d'un any Taure torna a ser en la seva posició inicial, immediatament abans del Sol.

Per tant el Sol s'endarrereix – es mou aparentment en sentit antihorari (cap a l'est) – cada dia uns seixanta minuts respecte d'aquestes constel·lacions tot fent – se suposa – un gir de 360° en un any: la seva ruta pels estels fixa l'eclíptica [recordem que el pla que conté l'òrbita de la Terra al voltant del Sol s'anomena pla de l'eclíptica]; i el zodíac és una zona de l'esfera celeste, centrada en l'eclíptica, amb una amplària de 17°, 8°30' al nord i 8°30' al sud d'aquesta, i es compon principalment de les constel·lacions que successivament precedeixen al Sol en el cel de la

¹² Cf. notes 2 i 3.

¹³ Cf. per exemple, el capítol primer de L.W.Hull, *History and philosophy of science*, London, Longmans Green and Co, 1959.

matinada, que són les parts per les quals el Sol sembla que passi (les dotze constel·lacions del zodíac)¹⁴.

Aquest cercle imaginat de l'eclíptica conté, és clar, els llocs solars en els quals els solsticis i els equinoccis ocorren (en l'armil·lar l'anell 3 està soldat pels punts solsticials amb l'anell 4). Perquè aquestes parts es troben com a extrems de dues diagonals perpendiculars: independentment dels dies de l'any que cadascun dels quadrants suposa (quantitats que no són iguals), es garanteix una simetria per tractar-se en els solsticis del dia més llarg i del més curt, en els equinoccis dels dos dies amb un nombre igual d'hores diürnes i nocturnes.

Aquest cercle creua el pla de l'equador respecte del qual s'estableix l'obliquïtat (l'arc, que pertany al colur solsticial, més proper entre els dos).

3. L'anell de l'eclíptica instrumental.

Uns pivots *ee* s'encasten, ja s'ha dit, en l'anell 4, col·locats respecte dels pivots anteriors (*dd*) a la distància que assenyalava l'obliquïtat de l'eclíptica.

En efecte l'anell 3 no es troba en el pla perpendicular a l'eix equatorial, i s'ha soldat a l'anell 4 de manera que, en l'hemisferi boreal, el solstici d'estiu es trobi més a prop del pol nord que el d'hivern.

Amb això es persegueix que l'eix que passa pels pivots *ee*, també s'ha dit, representi en els seus extrems, els pivots, els pols de l'eclíptica, és a dir, de l'anell 3.

Llavors l'anell 2 pot fer voltes sobre aquests pols (*ee*) com una moneda feta rodar de cantell.

Potser ja s'entreveu el funcionament de l'armil·lar. Hi ha una escala graduada per la part lateral de l'anell 3, en l'eix perpendicular del qual s'hi troba encastat l'anell 2, mòbil, que gira al voltant d'aquest eix, anell sempre perpendicular a l'anell 3. I amb un anell encastat 1, que llisca dins de 2, amb pínules i també amb una escala graduada en la part interna. En la mesura que s'hagi col·locat bé l'anell 3 podrà llegir gràcies

¹⁴ El moviment aparent del Sol per l'eclíptica (aproximadament un grau cada dia) comporta l'endarreriment diari del Sol respecte del conjunt dels estels en allò que sembla llur gir al voltant de la Terra d'est a oest (dia solar i dia sideri), en temps uns quatre minuts.

a l'anell 1, corregut oportunament l'anell 2, la **latitud eclíptica**¹⁵ (β) en l'anell 1, i la **longitud eclíptica**¹⁶ (λ) en l'anell 3.

Per tant cal situar correctament l'anell de l'eclíptica.

4. Com es troba la posició correcta de l'anell de l'eclíptica.

No es pot alinear l'anell de l'eclíptica instrumental amb la posició autèntica de l'eclíptica sense un objecte (el Sol, la Lluna, una estrella) que faci de referència.

Prenguem el Sol com l'objecte de referència. Llavors es pot seguir dos mètodes, que en el fons deuen ser el mateix.

Perquè – una vegada alineat l'anell 6 segons el meridià, girat d'acord amb la direcció del nord-sud dels pols equatorials, i mantingut sempre l'armil·lar així mentre es manipula els anells (solidaris) 3 i 4 – per a una posició del Sol hi ha sols una posició de l'anell, que representa l'eclíptica, on la superfície interior de l'anell es trobi completament en ombra, i on l'eclíptica instrumental coincideixi amb el pla de l'eclíptica. Llavors es pot dur l'anell 5 en una situació que es faci ombra sobre si mateix: la longitud del Sol es llegeix directament en l'anell de l'eclíptica. Car això és una conseqüència del fet que l'eclíptica és el cercle que recull totes les posicions del Sol al llarg de l'any deixant de banda el moviment diari. Per dir-ho així: en un dia el Sol sols pot modificar en un grau l'arc eclíptic recorregut.

En el cas que ja se sàpiga – abans de començar – la posició del Sol en un dia determinat, es pot fer girar l'anell 5 per l'escala graduada de l'anell 3 fins a la quantitat (traduïda en graus) del cas, i buscar llavors el Sol de manera que els dos anells ombregin respectivament les seves parts interiors (cf. *Almagest* V.1).

Fent això, i mantenint tal qual els anells 5 i 3, l'anell 2 pot girar-se longitudinalment, respecte de l'anell 3, anant a cercar un qualsevol astre – se sap doncs la longitud eclíptica –, i pot fer lliscar l'anell 1 tot mirant a través de les dues pínules, fins a trobar-hi la bona latitud.

Quan hi ha Sol no hi ha estrelles. I quan hi són, aquestes, no hi ha Sol. Per això convé de vegades disposar de la longitud eclíptica d'alguns estels (els anomenats estels de referència, que gaudeixen d'una latitud

¹⁵ La distància angular des de l'eclíptica sobre el cercle màxim que passa pel pol de l'eclíptica i l'astre.

¹⁶ Avui dia és l'angle mesurat de l'eclíptica cap a l'est dels del punt Àries fins al cercle màxim que passa pel pol de l'eclíptica i l'astre. Tanmateix hom pot prendre d'altres punts de referència sobre l'eclíptica.

eclíptica modesta) per tal de fer amb aquests el que dalt es digué del Sol: la fixació de l'autèntica eclíptica fent ús dels anells 5 i 3, i l'ús dels anells 2 i 1 per a les noves coordenades d'un altres astre (cf. *Almagest* V.1). Aquest fou el mètode amb què es compilà el catàleg d'estels en l'*Almagest* (cf. VII.4).

Tanmateix, com es determina les longituds eclíptiques dels estels referents? Perquè la longitud eclíptica d'un estel respecte del punt Àries s'obté per referència al Sol. Una solució rau a fer ús de la Lluna, simultània d'una banda amb el Sol, d'una altra amb els estels. El procediment deu ser tan antic com el mateix armil·lar (¿potser d'Hiparc? Cf. *Almagest* V.5).

El mètode doncs per a trobar les coordenades dels estels de referència (els quals es troben prop del pla de l'eclíptica) – i que està exemplificat en l'observació de Regulus [α Leo] de 25 de febrer de 139 dC en l'*Almagest* VII.2 – pot ser descrit així: abans de la posta del Sol l'alinea l'anell de l'eclíptica de l'aparell amb el Sol i es mesura (anell 2) la longitud eclíptica de la Lluna. Una vegada el Sol s'ha post s'alinea l'anell eclíptic a la longitud de la Lluna, corregida pel moviment de l'astre des de pas anterior i per la paral·laxi¹⁷, i després (anell 2) es mesura les coordenades de l'estel. Després es troba la longitud eclíptica de l'estel referent per la suma de resultants, estel que pot servir per a catalogar d'altres estels usant-lo per a alinear l'anell eclíptic de l'aparell.

¹⁷ Ptolemeu la il·lustra així: «per mitjà de la paral·laxi lunar serà possible, donada la posició vertadera [de la Lluna] respecte del centre de la Terra i de l'eclíptica, determinar la seva posició vista des del punt establert de l'observador, és a dir, des d'algun punt de la superfície de la Terra i, viceversa, determinar la posició vertadera des de la posició aparent», *Almagest* V.11.

L'instrument per a mesurar-la, el descriu a V.12.

VI

NOTES AMB L'ESFERA ARMIL·LAR I LA CELESTE

La geometrització simplifica els elements representatius en profit de la claredat d'una circumscripció més cenyida dels afers, que es fa amb la quantitat.

Cap dels aspectes heurístics introduïts no hauria estat eficaç per si sol sense els altres. Encara avui hi ha una filosofia de la ciència en les paraules de Ptolemeu després de repassar els motius que portaren els antics a creure que els cels es mouen com una esfera (*Almagest* I.3): «el resultat fou que al començament abastaren la concepció abans esmentada sols des d'aquestes consideracions [el Sol, la Lluna, els estels]; però des d'aquestes, en llur investigació subsegüent, trobaren que qualsevol altra cosa s'hi trobava d'acord...». S'avançava un tot on se suplia i es completava la manera de dar-se quelcom, on els elements quantitius cenyien les relacions, permetien una rectificació del que no s'ajustava a la quantificació que s'hi esperava; hi havia un estira-i-arronsa entre la globalitat del model, que inclou allò que també es quantifica, i una expressa quantificació.

Sense sortir dels paràmetres elementals en què aquests apunts es mouen: la cerca del meridià del lloc s'ha fet amb la convicció de la validesa del model, seguint patrons geomètrics i fent ús de quantificacions numèriques. La troballa de la latitud geogràfica demanava noves operacions amb instruments, i un tractament geomètric i numèric. La maqueta armil·lar permetria, a través d'un colur solsticial, el joc de l'anell eclíptic que, amb tots els errors de construcció i d'observació, lliurava l'arc entre el Sol i el punt Àries, és a dir, el punt mitjà de l'anell entre els dos solsticis. Tanmateix aquest punt astronòmic, que es determina solarment, es desplaça cada any una mica seguint el pla eclíptic: el punt Àries i tots els signes del zodíac retrograden sobre l'eclíptica amb una velocitat de poc menys d'un minut l'any, es a dir, s'endarrereixen. En d'altres paraules: aquest cas ben conegut si més no des d'Hiparc il·lustra que el model permet correccions modèliques a través de l'observació que el pressuposa, correccions que tenen en la quantitat una expressió cenyida d'allò que es modifica.

1. La determinació de la llargada de l'any per un càlcul entre equinoccis (o solsticis).

Una de les seccions apassionants de llegir de l'*Almagest* és la discussió de la llargada de l'any solar (*Almagest* III.1). Perquè s'esmenta que hi havia qui volia fixar l'any d'acord amb el retorn del Sol en el zodíac segons els estels fixos, o el seu retorn respecte del mateix equinocci o solstici. Hiparc ja havia descobert l'existència d'un moviment enrere molt lent dels estels fixos respecte de la revolució diària del primer moviment [la precessió dels equinoccis], cosa que ajudaria a comprendre el desfasament del còmput de la durada de l'any (afectaria unes hores corresponents als diversos anys).

S'hauria d'escollir el cercle – amb equinoccis i solsticis – de l'eclíptica (en la terminologia de Ptolemeu: «el cercle pel mig dels signes del zodíac» i d'altres expressions). Havent-hi dubtes sobre la llargada de l'any i de l'interval entre solsticis i equinoccis, que Ptolemeu està convençut que es poden vèncer malgrat els dubtes d'alguns, àdhuc del mateix Hiparc, repassa els temps observats per aquest d'alguns equinoccis de tardor i de primavera.

La ponderació de tot plegat esdevé molt interessant perquè el lector entreveu que Ptolemeu ja coneix per càlcul el temps d'algun equinocci (per exemple, ho podria fer comptant cap enrere l'hora de l'equinocci des d'algun equinocci més segur a partir de la llargada mitjana de l'any). Fet i fet els avalua tenint en compte l'acord entre si mateixos.

¿Amb quin instrument fixà Hiparc alguns d'aquests equinoccis? Se serví de l'anell de bronze situat el Pòrtic Quadrat d'Alexandria, on estava fixat permanentment en el pla de l'equador. «Se suposa que indica el dia de l'equinocci quan la direcció des de la qual s'il·lumina la seva superfície còncava canvia d'un costat a l'altre».

En efecte l'equinocci es troba en l'encreuament del cercle de l'equador i de l'eclíptica. Per tant, ja sigui a través de l'esfera armil·lar o d'un anell equatorial, l'ombreg total de l'interior d'aquest anell suposa que el Sol es troba justament en el punt Àries (o en el punt Balança).

Es fa aquí digne d'esment la insistència de Ptolemeu en la possibilitat d'error degut al fet d'estar l'anell mal col·locat o mal graduat, àdhuc fa un càlcul d'exemple: un error de $1/3600$ part en el cercle màxim a través del pols de l'equador pot suposar una variació d'un quart de grau en longitud en l'eclíptica (que suposa una discrepància del voltant d'un quart de dia).

La possibilitat d'error es troba arreu. Hiparc va voler calcular també la llargada de l'any a través dels eclipsis lunars: però les desavinences en

els càlculs, se'ns diu, poden ser degudes al fet que es fixa l'eclipsi per la determinació d'algun estel, i aquest per la de la Lluna, i aquesta per la del Sol, que es fa des de l'equinocci. És a dir, ja suposa allò que sembla ser el més convenient de tenir en compte per a obtenir la llargada de l'any. «En general considerem un bon principi l'explicació dels fenòmens per les hipòtesis més simples en la mesura que no hi ha res en les observacions que lliuri un objecció significativa a un tal procediment».

Com cal trobar aquesta llargada, que es mou per damunt de 365 dies amb un excedent una mica menys d'un quart de dia? Agafant un interval suficientment separat en anys entre equinoccis iguals (o solsticis iguals), observats amb cura (n'agafa d'Hiparc, d'alguna escola més antiga i d'ell mateix), i dividint-ho pel nombre d'anys: així l'error es distribueix millor entre els anys. Ptolemeu afegeix que, els seus, els trobà amb un dels instruments que serviren per al càlcul de l'obliquïtat de l'eclíptica: se sap els arcs que fan les ombres del Sol en els solsticis respecte de la vertical que passa pel zenit, per tant es pot saber quan el Sol es troba en un punt solsticial; d'altra banda *llur semisuma* lliura l'arc que fa el pla de l'equador respecte d'aquella vertical; cal sols marcar el lloc i esperar que l'ombra del Sol es trobi al migdia (pas pel meridià del lloc) en aquest punt: el Sol passa per l'equador, es troba en un punt equinoccial.

Amb les observacions d'altres i les pròpies estableix la llargada de l'any en 365;14,48 dies i fraccions sexagesimals del dia, i fa comanda que les aparents anomalies al llarg del moviment solar mitjà anual s'expliquin sense abandonar l'ús del moviment uniforme circular. Després calcula el moviment orbital mitjà del Sol en una hora, el diari, el mensual, el de l'any egipci, etc., i lliura unes taules d'aquell moviment per a més d'una hora, dia, mes o any.

Remarquem la importància de representar-se un model amb allò que s'observa, l'esfera celeste a partir del moviment diari dels astres, el pas del Sol pel zodíac a partir de moltes observacions, amb l'afegit que se'l simplifica, se'l geometritza, se l'afigura a través de gràfics i de maquetes. I és des d'aquí que es comprèn el sentit de l'ombrejat d'anells i del recorregut de les ombres solars.

Al cap i a la fi es disposa de la possibilitat de repetir l'observació d'un equinocci o d'un solstici, de comptar de bell nou les quantitats dels arcs, es pot ajustar relacions.

L'aspecte quantitatiu es palesa com la manera d'estreñer les connexions d'aquests afers astronòmics (observació i model van a l'una).

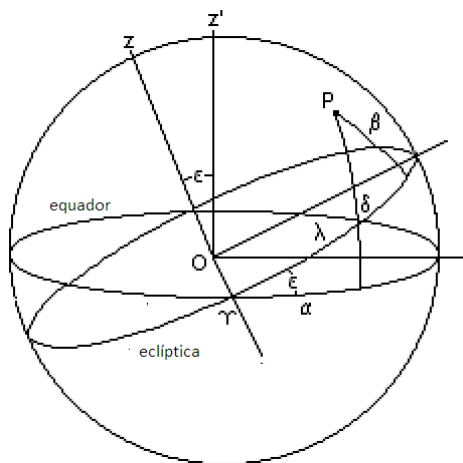
2. De les coordenades eclíptiques a les equatorials.

1. L'escala graduada de l'anell eclíptic, fixat pels solsticis a l'anell del color, permet de llegir-hi, amb l'ajuda dels altres anells quan calgui, la posició de l'astre per l'arc que va des del punt on és l'astre, i que segueix el cercle màxim que passa per l'astre i el pol de l'eclíptica instrumental, fins que es troba l'anell eclíptic; i també l'arc de l'eclíptica fins a un punt fixat com a origen, el punt de l'encreuament de l'eclíptica amb l'equador celeste, en concret el de l'equinocci de primavera (punt Vernal o punt Àries). Es tracta, com ja s'ha dit¹⁸, de la latitud eclíptica (β) i de la *longitud eclíptica* (λ).

En el cas de no trobar-se l'astre en el pla de l'eclíptica, llavors els anells 2 i 1 que li són perpendiculars, correguts al punt que correspon a una longitud λ , permeten de llegir-hi, gràcies a una nova escala graduada, la part de l'arc, més enllà de l'anell eclíptic, que cal girar de l'anell lliscant 1 per a veure-hi bé l'astre a través de les pínules i establir la latitud.

Les **coordenades eclíptiques** permeten situar els astres, són les més presents en obres com l'*Almagest*, i a més a més són les més adequades per a estudiar els moviments relatius dels cossos del sistema solar.

Certament els antics també sabien calcular les coordenades equatorials.



2. Mirem-ho de primer per al Sol. *La declinació solar* és simplement la distància angular, sobre el cercle màxim que passa pels pols equatorials, entre el Sol i l'equador, que agafa els valors de ϵ fins a

¹⁸ Cf. notes 15 i 16.

$-\varepsilon$, creuant els punts equinoccials, on val zero (punt Àries i punt Balança). *L'ascensió recta solar* mesura l'arc de l'equador des del punt Àries fins al punt que fa de peu del meridià que conté l'arc de la declinació del cas.

Assumit que el Sol es troba en el pla eclíptic, es pot saber la seva longitud eclíptica λ (per observació, per una aproximació dels graus pels dies transcorreguts des de l'equinocci, d'una manera acurada atenent la comprensió del moviment solar); se sap també l'obliquïtat de l'eclíptica (ε): per tant es pot extreure la declinació solar per triangles esfèrics ($\sin \delta = \sin \varepsilon \sin \lambda$). I des d'antic se n'ha fet taules (cf. *Almagest* I.15, que les calcula a través dels teoremes de Menelau).

L'ascensió recta solar (el temps de sortida de λ a *sphaera recta*¹⁹) esdevé fàcil d'assolir quan se sap la longitud solar (λ) i l'obliquïtat de l'eclíptica (ε): $\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan \lambda$, segons els triangles esfèrics.

3. La **declinació** (δ) i l'**ascensió recta** (α) són, en general, les **coordenades equatorials** d'un qualsevol astre enteses com la seva distància respecte de l'equador (sobre el meridià que passa per l'astre) i l'arc de l'equador des del punt Vernal a l'encreuament d'aquell meridià amb l'equador, respectivament.

En l'*Almagest* el problema de trobar aquestes coordenades, aplicades a d'altres astres que el Sol, apareix (*Almagest* VIII.5) en connexió al problema de trobar la data de la culminació simultània del Sol i d'un estel donat, cosa que duu a la transformació de les coordenades eclíptiques a les equatorials (la culminació simultània suposa que es troben en el mateix meridià, per tant amb la mateixa ascensió recta: es domina ja la declinació solar, la longitud eclíptica solar, l'ascensió recta solar i l'obliquïtat de l'eclíptica, i les dades són les coordenades eclíptiques de l'astre que no és el Sol). L'*Almagest* ho resol com sempre a través dels teoremes de Menelau, i avui a través de les transformacions amb l'ús de triangles esfèrics (una aportació del període islàmic) o amb mètodes basats en la rotació dels eixos coordenats.

¹⁹ És a dir, col·locat hom en un pla perpendicular a l'equador celeste, l'arc de l'equador que creua l'horitzó amb un arc donat de l'eclíptica. Serà l'arc de l'equador necessari, resultant del gir de la Terra sobre el seu eix (o del gir del cel), per tal que comenci a aparèixer l'arc considerat de l'eclíptica, i vagi fent fins que es mostra la seva darrera secció. D'aquí que es parli també de *sphaera obliqua* i d'ascensió obliqua en l'*Almagest* quan el pla horitzontal no és perpendicular a l'equador.

3. De les coordenades horitzontals a les equatorials.

La transformació de coordenades permet el pas de les unes a les altres, ja sigui – deixant Menelau – mitjançant l'ús de la trigonometria esfèrica o amb mètodes basats en la rotació dels eixos coordinats. Per tant es pot canviar les coordenades eclíptiques per les equatorials (o per les horàries), i aquestes per aquelles, igual que pot reeixir en la transformació de les horitzontals a les equatorials i a l'inrevés. De fet hi ha una certa fascinació en tot això, d'aquí que valgui la pena d'exemplificar-ho amb el canvi de les horitzontals a les equatorials per a gaudi del lector.

Una vegada més la manera eficaç d'establir les coordenades equatorials des del domini general dels triangles esfèrics palesa l'acreciment del paper que es lliura a la modelització al conjunt del saber.

És fàcil d'assumir les següent transformacions de les coordenades horitzontals a les equatorials (dues lletres majúscules representen sempre arcs). S'observa l'astre a A des del pla horitzontal $DEWBF$, i llavors:

En el gràfic:

$$\begin{array}{ll} \overline{AW} = \text{altura}^{20} & \overline{AZ} = \text{distància zenital (complement altura)} \\ \overline{AC} = \text{declinació} & \overline{PA} = \text{distància polar (complement declinació)} \\ \overline{ZR} = \text{latitud del lloc} & \overline{PZ} = \text{colatitud (complement latitud)} \\ \overline{RC} = \text{horari de l'astre}^{21} = \text{angle horari } \overline{ZPA}^{22} \end{array}$$

²⁰ Cf. nota 2.

²¹ L'**angle horari** H és l'angle mesurat sobre l'equador celeste cap a l'oest des del meridià local fins al meridià celeste que passa per l'astre: per tant angle (i hores) que varien amb el moviment diari.

Aquest angle sembla fàcil d'observar amb algun instrument una vegada s'ha fixat l'equador, el meridià local i es disposa d'algun cercle perpendicular al pla de l'equador que pugui girar sobre els pols d'aquest últim.

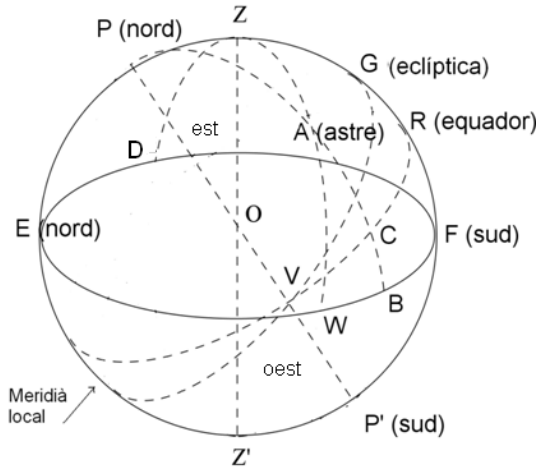
El seu avantatge rau que no cal perseguir el punt Vernal, mòbil en el cel, i per tant possibilita el fet de ser una coordenada més a mà.

D'altra banda l'angle horari del punt Vernal s'anomena temps sideri o hora sidèria.

Llavors des de la definició de l'ascensió recta d'un astre es dedueix que el temps sideri serà sempre la suma de l'angle horari de l'astre i de l'ascensió recta d'aquest mateix astre (l'ascensió recta del punt Vernal és zero).

A δ i H , se'ls considera el sistema de coordenades horàries.

$\overline{EW} = \text{azimut}^{23} = \text{angle } \widehat{PZA}$ ²⁴
i angle \widehat{PAZ} (és l'angle de posició o paral·làctic)



(vist des de l'oest)

Llavors la coneixença de l'azimut $[\overline{EW} = \widehat{PZA}]$, l'altura $[\overline{AW}]$, per tant de la distància zenital $[\overline{AZ}]$, i de la colatitud $[\overline{PZ}]$ – complement de la latitud \overline{ZR} –, fa que es conegui dos costats i un angle del triangle esfèric PZA , i llavors es poden trobar els altres dos angles i l'altre costat pel teorema del cosinus. En efecte:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

(A angle del triedre oposat al costat a).

En el present cas:

$$\cos \overline{PA} = \cos \overline{PZ} \cos \overline{AZ} + \sin \overline{PZ} \sin \overline{AZ} \cos \widehat{PZA},$$

Que lliura $\cos \overline{PA}$. Permutant angles i costats es troba l'altre costat i l'altre angle \widehat{ZPA} .

²² Si l'astre es trobés al meridià del lloc, llavors P, Z i A serien en aquest mateix meridià: les hores que l'astre aparenta anar des de R a C són les que obren l'angle \widehat{ZPA} .

²³ Cf. nota 3.

²⁴ Si l'astre es trobés al meridià del lloc, llavors P, Z i W serien en aquest mateix meridià: els graus que recorre la projecció del moviment de l'astre sobre l'horitzó $[\overline{FW}]$ són els que es tanquen des de π e l'angle \widehat{PZA}

Es troba doncs \overline{PA} , complement de la declinació, i l'angle horari \widehat{ZPA} , que permet de calcular l'ascensió recta si es coneix el temps sideri del punt Vernal²⁵.

Hem passat de les coordenades horitzontals a les horàries, o a les equatorials.

Si, partint d'aquestes últimes coordenades, es coneix la declinació, l'horari de l'astre i la latitud, se sap \overline{PA} , \widehat{ZPA} i \overline{PZ} , i aleshores es poden cercar els altres angles i costats, seguint el mateix procediment, i es troba les coordenades horitzontals.

En general el domini dels triangles esfèrics permeten moltes altres possibilitats coneguts alguns elements.

²⁵ Cf. nota 21.