

# TEMA 1

## MAGNITUDS I UNITATS

### Introducció

En física quan indiquem les dades d'un problema o donem la solució del problema veiem que venen expressades d'una forma concreta, Una lletra majúscula o minúscula, un igual, un nombre real i un conjunt de lletres al darrera. Així és com s'expressen les magnituds i unitats, però en general, com veureu, les unitats de les magnituds físiques poden ser de diversos tipus i es poden expressar de vegades com a combinació d'altres.

## 1. Magnitud física, unitat i valor numèric.

Definim els següents conceptes que ens permetran expressar les magnituds:

- Magnitud:** Símbol d'allò que es vol mesurar.
- Valor:** És la quantitat numèrica d'allò que es vol mesurar.
- Unitat:** Quantitat escollida com a terme de comparació per a mesurar les altres de les mateixes característiques.

Qualsevol mesura s'expressa com a combinació de les tres i en aquest ordre: Magnitud, valor i unitat..

En general qualsevol mesura s'expressa com:

$$C = (C)[C]$$

on C és la magnitud, (C) és la quantitat i [C] la unitat. Exemple:  $t = 3s$ .

## 2. Operacions bàsiques amb les magnituds

Les operacions bàsiques amb les magnituds són:

Suma i resta: Sumarem o restarem magnituds amb les mateixes unitats.

$$\Delta x = x_f - x_0$$

$$\Delta v = v_f - v_0$$

Productes i divisions: Es poden operar magnituds amb unitats diferents. Si les unitats són iguals es poden expressar com potències.

$$F = m \cdot a$$

$$S = L_1 \cdot L_2$$

Tingueu present que aquestes operacions són bastant típiques en física i química.

### 3. Magnituds i unitats bàsiques del sistema internacional.

Per a expressar una magnitud física hem dit que s'usa un símbol, el valor i la unitat. La majoria de les magnituds poden tenir més d'una unitat. Com a norma sempre usarem la unitat que forma part del sistema internacional d'unitats.

Algunes d'aquestes magnituds són:

| Magnitud                        | Unitat (S.I.) | Unitat (símbol). |
|---------------------------------|---------------|------------------|
| Longitud                        | metre         | m                |
| Massa                           | quilogram     | kg               |
| Temps                           | segon         | s                |
| Intensitat del corrent elèctric | Amper         | A                |
| Temperatura                     | Kelvin        | K                |
| Quantitat de substància         | Mol           | mol              |
| Intensitat lluminosa            | Candela       | cd               |
| Angle pla                       | radian        | rad              |

### 4. Múltiples i submúltiples.

Els múltiples i submúltiples s'expressen amb prefixos

| Factor.   | Prefix. | Símbol. |  | Factor.    | Prefix. | Símbol. |
|-----------|---------|---------|--|------------|---------|---------|
| $10^{18}$ | Exa     | E       |  | $10^{-1}$  | Deci    | d       |
| $10^{15}$ | Peta    | P       |  | $10^{-2}$  | Centi   | c       |
| $10^{12}$ | Tera    | T       |  | $10^{-3}$  | Mil.li  | m       |
| $10^9$    | Giga    | G       |  | $10^{-6}$  | Micro   | $\mu$   |
| $10^6$    | Mega    | M       |  | $10^{-9}$  | Nano    | n       |
| $10^3$    | Quilo   | k       |  | $10^{-12}$ | Pico    | p       |
| $10^2$    | Hecto   | h       |  | $10^{-15}$ | Femto   | f       |
| 10        | Deca    | da      |  | $10^{-18}$ | Atto    | a       |

En el S.I. la unitat de mesura de la massa és el quilogram ( kg ), però els múltiples i els submúltiples es fan a partir del gram ( g ).  
S'HAN DE SABER TAN LES UNITATS COM ELS PREFIXOS.

#### 4. Equacions de dimensions

Les **equacions de dimensions** s'utilitzen per descriure la relació entre les unitats d'una magnitud física  $X$ , i les magnituds fonamentals massa (M), longitud (L) i temps (T).

Són expressions de la forma  $[X] = M^a L^b T^c$ , on  $a, b$  i  $c$  són nombres enters.

La velocitat de caiguda lliure d'un cos des d'una altura  $h$

és  $v = \sqrt{2gh}$ . És l'equació dimensionalment homogènia?

Si calculem l'equació de dimensions dels dos membres per separat, veurem que es compleix la igualtat:

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow [v] = LT^{-1}$$

$$v = \sqrt{2gh} \rightarrow v = \sqrt{LT^{-2}L} = \sqrt{L^2T^{-2}} = LT^{-1}$$

#### 5. Magnituds i símbols en el sistema internacional.

Aquestes taules són una mostra de les magnituds i unitats que usareu amb major freqüència a llarg d'aquests dos anys propers. Cal indicar però que hi ha magnituds no dimensionals, o sigui que no tenen símbols, com per exemple la deformació lineal, la relació de capacitats calorífiques o el coeficient de fregament.

| Magnituds                       | Símbol de la magnitud. | Unitat (S.I.) | Símbol de la unitat. (S.I.) |
|---------------------------------|------------------------|---------------|-----------------------------|
| Longitud                        | L, l, s,...            | Metre         | m                           |
| Massa                           | M, m                   | Quilogram     | kg                          |
| Temps                           | T                      | Segon         | s                           |
| Intensitat del corrent elèctric | I                      | Amper         | A                           |
| Temperatura                     | T                      | Kelvin        | K                           |
| Quantitat de substància         | N                      | Mol           | mol                         |
| Intensitat lluminosa            | I <sub>v</sub>         | Candela       | cd                          |

| Magnituds             | Símbol de la magnitud  | Unitat (S.I.)                           | Símbol de la unitat. (S.I) |
|-----------------------|------------------------|-----------------------------------------|----------------------------|
| Angle pla             | $\alpha, \beta, \dots$ | Radian                                  | rad                        |
| Radi                  | R, r                   | Metre                                   | m                          |
| Velocitat lineal.     | v                      | Metres per segon                        | m/s                        |
| Velocitat angular.    | $\omega$               | Radians per segon                       | rad/s                      |
| Acceleració           | a                      | Metres per segon al quadrat             | m/s <sup>2</sup>           |
| Gravetat              | g                      | Metres per segon al quadrat             | m/s <sup>2</sup>           |
| Període               | T                      | Segons                                  | s                          |
| Freqüència            | f, v                   | Hertz                                   | Hz, s <sup>-1</sup>        |
| Massa                 | m                      | Quilograms                              | kg.                        |
| Quantitat de moviment | p                      | Quilograms per metre dividit per segon. | kg·m/s                     |

### 5. Magnituds i símbols en el sistema internacional.

| Magnitud | Símbol de la magnitud | Unitat | Símbol |
|----------|-----------------------|--------|--------|
| Força    | F                     | Newton | N      |
| Tensió   | T                     | Newton | N      |
| Normal   | N                     | Newton | N      |
| Pes      | P                     | Newton | N      |

## 6. Càlcul d'errors en les mesures.

Quan es mesura una magnitud sempre **s'ha d'indicar amb un valor, un error de la mesura i una unitat.**

Imagineu que volem mesurar amb un cronòmetre el temps que triga una pedra en caure per un penya-segat. Si fem repetidament la mateixa experiència veureu que no obteniu sempre el mateix valor. Aquestes diferents lectures del temps de caiguda són causades per una sèrie d'errors que afecten la mesura.

Aquests errors els classifiquem en:

**1. ERROR INSTRUMENTAL:** La resolució de l'aparell de mesura (mínim valor que es pot obtenir amb l'aparell). Aquest valor el designarem per  $E_i$ .

**2. ERRORS ACCIDENTALS O ESTADÍSTICS:** Són els que estan associats a:

- La perícia de l'observador que pren la mesura.
- Condicions ambientals (temperatura, humitat...)
- Pertorbació de la magnitud que s'està mesurant.

**3. ERROR SISTEMÀTIC:** Error associat al mal calibratge de l'aparell de mesura. Cal restar-lo a la mesura vertadera.

## 6. Càlcul d'errors en les mesures.

### PROCEDIMENT DE CàLCUL

Per reduir l'efecte dels diferents tipus d'errors repetirem la mesura diverses vegades i en calcularem el valor vertader mesurat com la mitjana aritmètica de totes les mesures.

$$\langle M \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N M_i}{N} \rightarrow M_v = \langle M \rangle - E_s$$

En obtenir mesures diferents caldrà associar un error estadístic en la mesura vertadera. Aquest es calcula com la **desviació mitjana** o la **desviació quadràtica**.

## 6. Càlcul d'errors en les mesures.

Sigui  $M_i$  una mesura i  $\langle M \rangle$  la mitjana aritmètica de totes les mesures. Definim desviació de  $M_i$ , com  $D_i = |M_i - \langle M \rangle|$ .

Aleshores la desviació mitjana es pren com la mitjana aritmètica de totes les desviacions.

Un cop fet aquest càlcul escriurem  $M = \langle M \rangle \pm \Delta M$  com a la mesura i l'error.

$$\Delta M = \frac{\sum_{i=1}^N D_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N |M_i - \langle M \rangle|}{N}$$

Hi ha altres possibles formes de calcular l'error com és la *desviació estàndard o quadràtica*. Aquesta es calcula segons la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N |M_i - \langle M \rangle|^2}{N}}$$

### EXEMPLE

Un noi mesura el pes d'una síndria amb una balança i obté quinze lectures en kg. La balança està ben calibrada.

1,235

1,236

1,238

1,235

1,235

1,234

1,239

1,240

1,242

1,235

1,235

1,240

1,231

1,245

1,235

$$\langle M \rangle = \frac{\sum_{i=1}^5 M_i}{N} = 1,237 \text{ kg}$$

$$M_v = \langle M \rangle - E_s = 1,237 - 0 = 1,237 \text{ kg}$$

$$M_v \pm \Delta M = 1,237 \pm 0,003 \text{ kg}$$

$$\Delta M = \frac{\sum_{i=1}^5 |M_i - \langle M \rangle|}{N} = 0,00293333 \text{ kg}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 |M_i - \langle M \rangle|^2}{N}} = 0,00360555 \text{ kg}$$

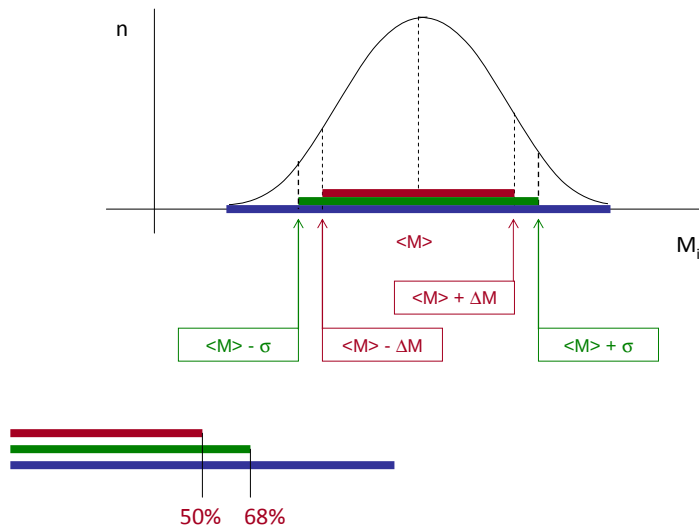
Sempre:  $\Delta M \geq E_i$

Si  $\Delta M$  dona més petit, aleshores es pren  $\Delta M = E_i$

Sempre  $\Delta M \leq \sigma$

### Significat de $\Delta M$ i $\sigma$

Quan es fan moltes mesures, les dades que obtenim es distribueixen segons la campana de Gauss (distribució Normal).



### 8. Error relatiu.

L'error relatiu ens dóna idea del **grau de precisió de la mesura**. Es calcula fent el quocient entre l'error absolut i la mitjana.

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta M}{M_v}$$

En l'exemple anterior teníem:

$$M_v \pm \Delta M = 1,237 \pm 0,003 \text{ kg}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta M}{M_v} = \frac{0,003}{1,237} = 0,00243 \Rightarrow \varepsilon_r = 0,243 \%$$



## 7. Xifres significatives.

Les xifres significatives d'un nombre qualsevol són els dígit (de l'1 al 9) que el formen i el zero si està entre altres nombres o a la dreta de tot.

Fixeu-vos que l'error que s'obté en l'anterior exemple és 0,00293333 kg, del qual només prenem com a error final 0,003 kg. Això és així perquè **quan es dona el resultat d'una mesura s'han de tenir en compte el nombre de xifres significatives de la mesura i de l'error.**

Per escriure correctament el nombre mesurat i el seu error, haurem de tenir en compte una sèrie de regles.

1. Els errors han de tenir només una xifra significativa diferent de zero (excepcionalment dues, essent la segona un cinc).
2. L'última xifra significativa en el valor de la mesura i en l'error han de correspondre al mateix ordre de magnitud (centenes, desenes, unitats dècimes...).

## 7. Xifres significatives.

És a dir que les següents xifres són errònies per no complir 1.

$2341 \pm 29 \text{ m}$  ;  $98,12 \pm 0,456 \text{ cm}$  ;  $756,10 \pm 2,90 \text{ mm}$

I per 2. seran no vàlides les següents xifres.

$867474 \pm 1000 \text{ cm}$  ;  $43 \pm 0,06 \text{ m}$  ;  $234,8 \pm 1 \text{ s}$



$867 \cdot 10^3 \pm 1 \cdot 10^3 \text{ cm}$  ;  $43 \pm 1 \text{ m}$  ;  $235 \pm 1 \text{ s}$

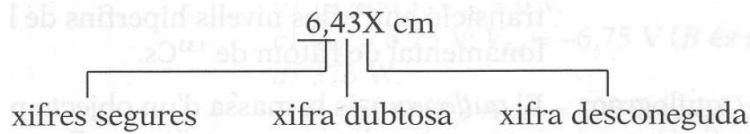
Correctes són:

$5600 \pm 300 \text{ mm}$  ;  $12,4 \pm 0,3 \text{ ms}$  ;  $0,45 \pm 0,02 \text{ kg}$  ;  $98,0 \pm 0,1 \text{ N}$

## 7. Xifres significatives.

Segurament al laboratori t'has adonat que els nombres resultants de mesures són diferents dels nombres abstractes utilitzats en matemàtiques. Per a les matemàtiques,  $2 = 2,0 = 02,00$ ; per a les ciències experimentals: 2 m (una xifra significativa) no és el mateix que 2,0 m (dues xifres significatives) ni que 2,00 m (tres xifres significatives).

Què volen dir les xifres significatives ?



## 7. Xifres significatives.

### OPERACIONS AMB XIFRES SIGNIFICATIVES

#### Suma / Resta

$$L_1 + L_2 = 2,27 + 0,3 = 2,6\text{m}$$

$$L_1 = 2,27\text{m}$$

$$L_2 = 1,3\text{m}$$

$$\begin{array}{r} 2,2\text{7} \text{ (7)} \\ + 1,3 \text{ x} \\ \hline 3,5\text{ } \text{ (5)} \\ 3,6 \text{ (6)} \end{array}$$

#### Producte / Divisió

$$L_1 \cdot L_2 = 2,9$$

$$L_1 = 2,27\text{m}$$

$$L_2 = 1,3\text{m}$$

$$\begin{array}{r} 2,2\text{7} \text{ (7)} \\ 1,3 \text{ x} \\ \hline \text{ x x x} \\ 681 \\ 227 \\ \hline 2,9\text{ } \text{ (9)} \text{ x x x} \end{array}$$

## ACTIVITATS

| MOODLE            | ACTIVITATS                       |
|-------------------|----------------------------------|
| FULL DE PROBLEMES | Q1 a Q6. ( <a href="#">PDF</a> ) |