

Tema 2. El moviment.

Introducció.

2.1. Vector posició.

2.2. Moviment d'una partícula. Vector desplaçament. Trajectòria.

2.3. Velocitat mitja i instantània.

2.4. Acceleració mitja i instantània.

2.5. Mòdul d'un vector.

Introducció.

Un dels fenòmens físics més interessants en la majoria de les ciències són els relacionats amb el moviment. El seu estudi constitueixen una branca de la física anomenada **mecànica**.

Dins de la mecànica distingim dues maneres d'estudiar els moviments.

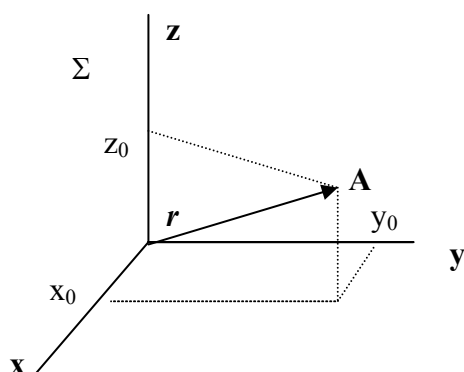
1. Des del punt de vista **cinemàtic**, on s'estudia com es mouen les partícules.
2. Des del punt de vista **dinàmic**, on s'estudia les causes que provoquen el moviment de les partícules.

2.1. Vector posició.

Suposem una partícula puntual situada a l'espai. Per poder referenciar la seva posició ens cal un **sistema de referència** Σ (també anomenat **eixos de coordenades**.)

Com que aquesta partícula està situada a l'espai de **tres dimensions** (amplada, profunditat i altura), ens caldrà donar les tres coordenades per conèixer de la seva posició. Les coordenades anteriors s'indiquen per les lletres x, y i z respectivament.

Si la partícula està situada en el punt A, la posició del punt ve donada per les tres coordenades anteriors $A(x_0, y_0, z_0)$. A la física però és molt més útil treballar amb el **vector posició** enlloc d'usar les coordenades del punt A.



El vector $\vec{r}$ s'anomena **vector posició** i sempre es dibuixa amb origen al punt $O(0,0,0)$ i extrem al punt $A(x_0, y_0, z_0)$ on es troba la partícula. Les seves unitats són els metres **m** en física s'expressa així:

$$\vec{r}_A = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + z_0 \vec{k}$$

On $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ són els vectors directores unitaris en les direccions dels eixos de coordenades x, y i z ¹.

¹ La notació que s'utilitza a física per escriure els vectors posició és la indicada anteriorment. Ens ve a dir que el vector posició és la suma de tres vectors que van en la direcció dels eixos de coordenades.

2.2. Moviment d'una partícula. Vector desplaçament. Trajectòria.

Considereu la partícula anterior situada inicialment en el punt A(x_0 , y_0 , z_0). Sabem que la seva posició ve donada pel vector posició.

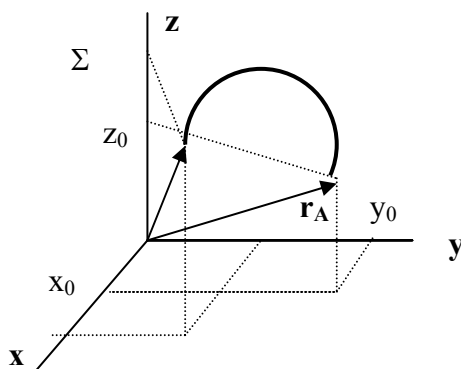
$$\vec{r}_A = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + z_0 \vec{k}$$

De cop observem que la partícula ha canviat de posició. Ara la seva posició és la del punt B(x' , y' , z'). El nou vector posició és:

$$\vec{r}_B = x' \vec{i} + y' \vec{j} + z' \vec{k}$$

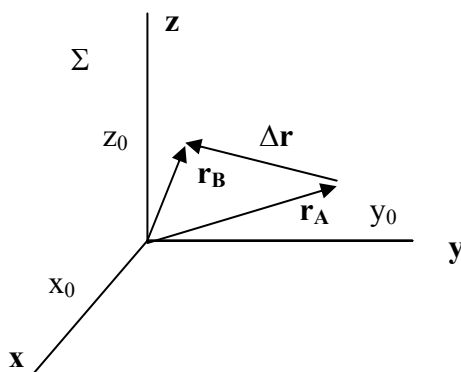
Què ha succeït? Doncs que la partícula ha canviat de posició respecte Σ . La partícula s'ha mogut. Així doncs parlem de moviment quan la posició d'una partícula canvia respecte d'un sistema de referència Σ .

Representem aquest canvi de posició gràficament.



Observeu que la partícula ha passat del punt A al punt B. El camí que ha seguit la partícula és la línia que uneix els dos punts. Aquesta línia que uneix els dos punts s'anomena **trajectòria**. El vector resta $\vec{r}_B - \vec{r}_A$ s'anomena **vector desplaçament**. Gràficament se'l dibuixa amb origen en A i extrem en B.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$



2.3. Velocitat mitja i instantània.

Considerem la partícula anterior. Per anar del punt A al B ha la partícula trigat un temps t . Les unitats del temps són els segons (s). Per determinar la rapidesa d'aquesta partícula necessitem una nova magnitud anomenada **velocitat mitja**. La velocitat mitja és el quocient entre el vector desplaçament i l'interval de temps t . Ve donada per l'equació

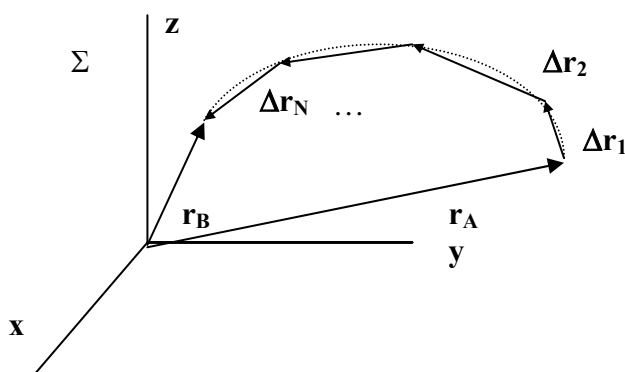
$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \vec{k}$$

La velocitat mitja s'expressa en metres per segon, **m/s** ó **ms⁻¹** i és un vector paral·lel al vector desplaçament.

Fixeu-vos però que la velocitat mitja és un promig de la velocitat real a la que es mou la partícula al llarg de tota la trajectòria.

Per saber la velocitat a la que es mou realment la partícula en cada moment hem de parlar de **velocitat instantània**.

Considerem la partícula d'abans i la seva trajectòria per anar del punt A al B. Dividim la trajectòria AB en N parts iguals, $\Delta \mathbf{r}_1, \dots, \Delta \mathbf{r}_N$. El temps que triga la partícula en recórrer cada part és Δt_i ($i = 1, \dots, N$). Gràficament quedarà ...



Podem obtenir d'aquesta manera la velocitat mitja de cada part. Si el que fem és augmentar el nombre de parts i per tant disminuir el temps de viatge de cada part obtindrem la velocitat instantània a cada punt de la trajectòria. Així la velocitat instantània s'expressarà com el límit quan Δt_i tendeix a zero per tot punt de la trajectòria de la velocitat mitja.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \vec{k} \right) = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

Aquest límit no és més que la derivada del vector posició respecte del temps.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Es veu que el vector velocitat instantània és tangent a la trajectòria descrita per la partícula.

La velocitat instantània també s'expressa en les mateixes unitats que la velocitat instantània **m/s** ó **ms⁻¹**.

2.4. Acceleració mitja i instantània.

Una partícula qualsevol pot moure's de dues maneres diferents per anar des de un punt A a un B.

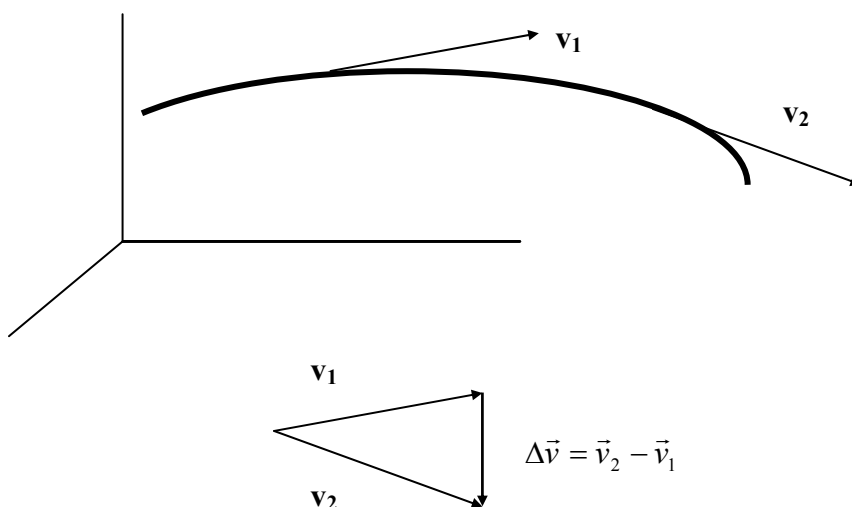
1. Mantenint la velocitat² constant en cada punt de la trajectòria.
2. Canviant la velocitat instantània en cada punt.

El primer cas correspon a un **moviment uniforme**, el segon correspon a un **moviment variat**.

Centrem-nos en el cas 2. Si la velocitat és diferent en dos instants diferents podem definir el vector increment de velocitats, $\Delta \vec{v}$, com la diferència de les velocitats anteriors.

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

La diferència d'aquest vectors es representarà com:



Anomenem acceleració mitja al quocient entre l'increment de velocitat i el temps que ha trigat en variar la velocitat.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \vec{k}$$

L'acceleració mitja s'expressa en **m/s²** ó **ms⁻²**

² Quan ens referim al vector velocitat instantània ho fem dient només vector velocitat o simplement velocitat.

De la mateixa manera que em definit la velocitat instantània podem definir l'acceleració instantània com el límit quan Δt_i tendeix a zero, en tot punt de la trajectòria, de l'acceleració mitja.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \vec{k} \right) = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Quan l'acceleració instantània és nul·la la velocitat instantània és manté constant i aquesta coincideix amb la velocitat mitja.

2.5. Mòdul d'un vector.

El mòdul d'un vector ens permet saber quan gran és la magnitud vectorial en estudi. El mòdul de qualsevol vector es calcula fent l'arrel quadrada de la suma dels quadrats de les seves components.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$