

1. Opereu i expresseu en forma de fracció irreductible.

a)  $\frac{11}{63} + \frac{1}{35} - \frac{2}{9}$       b)  $\frac{4}{3} - \frac{5}{4} \cdot \frac{16}{10} + 3$       c)  $\frac{2 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - 1\right)}{\left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{4}{3}}$

a)  $\frac{11}{63} + \frac{1}{35} - \frac{2}{9} = \frac{55}{315} + \frac{9}{315} - \frac{70}{315} = \frac{55+9-70}{315} = \frac{-6}{315} = \boxed{-\frac{2}{105}}$ .

b)  $\frac{4}{3} - \frac{5}{4} \cdot \frac{16}{10} + 3 = \frac{4}{3} - \frac{4}{2} + 3 = \frac{4}{3} - 2 + 3 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{4+3}{3} = \boxed{\frac{7}{3}}$ .

c)  $\frac{2 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - 1\right)}{\left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{4}{3}} = \frac{2 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2-5}{5}\right)}{\left(\frac{8-3}{4}\right) \cdot \frac{4}{3}} = \frac{2 - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)}{\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3}} = \frac{2 + \frac{3}{20}}{\frac{5}{3}} = \frac{\frac{40+3}{20}}{\frac{5}{3}} = \frac{43 \cdot 3}{20 \cdot 5} = \boxed{\frac{129}{100}}$ .

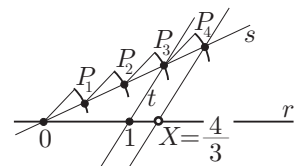
2. Ordeneu de menor a major i expresseu en forma de fracció irreductible els nombres

$1, \overline{3}$  ;  $1,33$  ;  $1,3\overline{32}$

Explicueu detalladament com representàrieu  $1, \overline{3}$  sobre la recta numèrica.

$$\left. \begin{array}{l} 1, \overline{3} = 1 \left| , 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \dots \rightarrow \boxed{3r} \right. \\ 1,33 = 1 \left| , 3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0 \dots \rightarrow \boxed{1r} \right. \\ 1,3\overline{32} = 1 \left| , 1 \ 3 \ 2 \ 3 \ 2 \dots \rightarrow \boxed{2n} \right. \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{1,33 < 1,3\overline{32} < 1, \overline{3}}$$

$1,33 = \boxed{\frac{133}{100}}$  ;  $1,3\overline{32} = \frac{1332 - 13}{990} = \boxed{\frac{1319}{990}}$  ;  $1, \overline{3} = \frac{13 - 1}{9} = \frac{12}{9} = \boxed{\frac{4}{3}}$ .



Les etapes de la representació de  $\frac{4}{3}$  sobre la recta numèrica serien les següents. Tracem:

- Una recta  $r$  i triem dos punts qualssevol sobre ella. Anomenem 0 el de l'esquerra i 1 el de la dreta. Aquesta serà la recta numèrica.
- Una recta auxiliar  $s$  que passi pel punt 0.
- Sobre la recta  $s$ , quatre punts  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , a partir del punt 0, separats per distàncies iguals, (ho fem mitjançant una obertura de compàs constant.).
- Una recta  $t$  que passi pels punts  $P_3$  i 1.
- Una recta que passi per  $P_4$  i sigui paral·lela a la recta  $t$ . La intersecció  $X$ , amb la recta inicial  $r$ , de l'última recta traçada és el punt que representa la fracció  $\frac{4}{3}$ .

3. Considereu els nombres  $a = 6.2 \cdot 10^{15}$  i  $b = 3.9 \cdot 10^{-6}$ . Expresseu en notació científica els nombres següents:      a)  $a \cdot b$       b)  $a : b$       c)  $a^3 \cdot b^{11}$

a)  $a \cdot b = 6.2 \cdot 3.9 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-6} = 24.18 \cdot 10^{15-6} = 24.18 \cdot 10^9 = \boxed{2.418 \cdot 10^{10}}$ .

b)  $a : b = \frac{6.2}{3.9} \cdot \frac{10^{15}}{10^{-6}} = 1.58974359 \cdot 10^{15+6} = \boxed{1.58974359 \cdot 10^{21}}$ .

c)  $a^3 \cdot b^{11} = (6.2 \cdot 10^{15})^3 \cdot (3.9 \cdot 10^{-6})^{11} = 6.2^3 \cdot 3.9^{11} \cdot 10^{45} \cdot 10^{-66}$   
 $= 7.566338136 \cdot 10^8 \cdot 10^{-21} = \boxed{7.566338136 \cdot 10^{-13}}$ .

4. Un petit productor de vi ven les 5/6 parts de la seva producció a un majorista. Després, distribueix el 85% del que li queda entre alguns petits comerços que coneix. Finalment, després d'aquest repartiment, encara li queden 348 L que reparteix entre amics i familiars.

- Quin és el volum total de la seva producció?
- Quin és el percentatge de la producció que ha repartit entre els petits comerços que coneix?

a) Si ens fixem en les etapes de la venda, tenim:

– Després de la primera venda, el vi que li queda resulta de multiplicar pel factor 1/6, perquè de cada 6 litres n'ha venut 5.

– El vi que li ha quedat després de la segon venda, resulta de multiplicar el que li quedava després de la primera per 0.15, perquè de cada 100 litres n'hi queden 15.

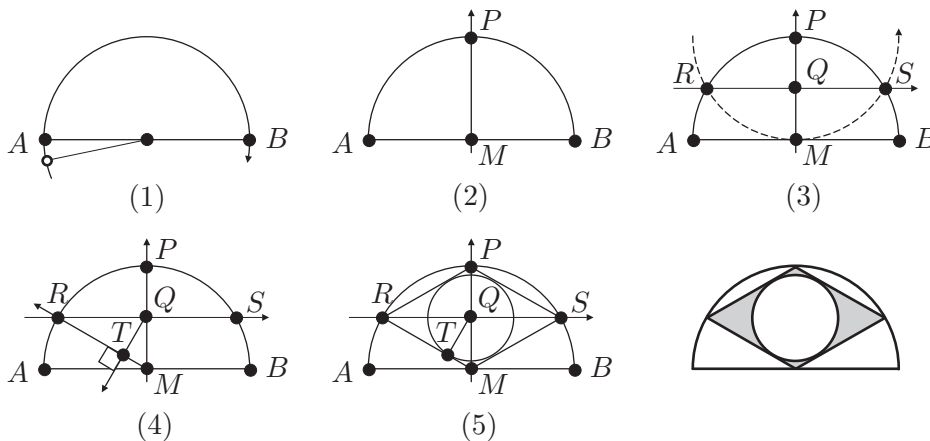
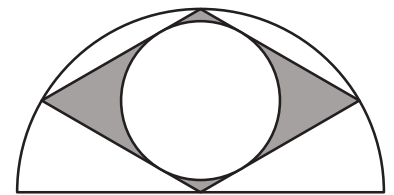
– Conclusió: Multiplicada la quantitat inicial per  $\frac{1}{6} \cdot 0.15$ , en resulta la final igual a 348 litres que repartirà entre amics i familiars. Llavors, el volum total de la producció és

$$\frac{348}{\frac{1}{6} \cdot 0.15} = \frac{348}{0.025} = \boxed{13920 \text{ L}}.$$

b) Comparem el que ha repartit entre els petits comerços i el total,

$$\frac{0.85 \cdot \frac{1}{6} \cdot 13920}{13920} = 0.85 \cdot \frac{1}{6} = 0.14167 = \boxed{14,17\%}.$$

5. El figura adjunta es presenta un semicircle amb un rombe no quadrat inscrit i una circumferència inscrita al rombe. Expliqueu detalladament les etapes de la seva construcció exacta amb regla i compàs o amb GeoGebra.



Etapes de la construcció. Tracem:

- Un cercle  $(M, MA)$  de diàmetre  $AB$ .
- La mediatriu d' $AB$ . En resulta el punt  $P$  d'intersecció amb el semicircle anterior.
- La mediatriu del segment  $MP$ . En resulten els punt d'intersecció  $R$  i  $S$  amb el semicircle i  $Q$  amb  $RS$ .
- La perpendicular, per  $Q$ , al segment  $MR$ . En resulta el punt  $T$  d'intersecció amb  $RM$ , el qual serà el punt de tangència entre el cercle interior i el rombe  $MRPS$ .
- Finalment, el rombe  $MRPS$  i al circumferència  $(Q, QT)$ .

6. Un poble de 300 habitants produeix en 12 mesos 54000 kg d'escombraries. Suposem que el ritme de producció d'escombraries és constant i igual per a diferents grups de persones.

- Quants kg produirien els 300 habitants en 1 mes?
- Quants kg produiria 1 habitant en 1 mes?
- Quants kg produirien 75 habitants en 3 anys?
- Quantes persones serien necessàries per produir 2475 kg en 5 mesos?
- El cost de la recollida i tractament d'escombraries, en el poble de 300 habitants, és de 48000 € anuals. Aquest representa un 6% del pressupost total de l'ajuntament. Quin és aquest pressupost total?

Es poden resoldre els quatre primers apartats d'aquest problema mitjançant el seguiment, línia a línia, de la taula següent:

habitants	mesos	kg
300	12	54000
300	1	$\frac{54000}{12} = 4500$
1	1	$\frac{4500}{300} = 15$
75	36	$75 \cdot 36 \cdot 15 = 40500$
$\frac{2475}{15} = 165$	1	2475
$\frac{165}{5} = 33$	5	2475

e) A partir de la relació de proporcionalitat tenim,

$$\frac{48000}{\text{Pressupost total}} = \frac{6}{100} \implies \text{Pressupost total} = \frac{48000 \cdot 100}{6} = 800000 \text{ €}.$$