+mates07

ADEMGI
Associació d'ensenyants de matemàtiques de les comarques Gironines

Problemes Secundària

i

Batxillerat

PROBLEMA 1: l'espasa numèrica

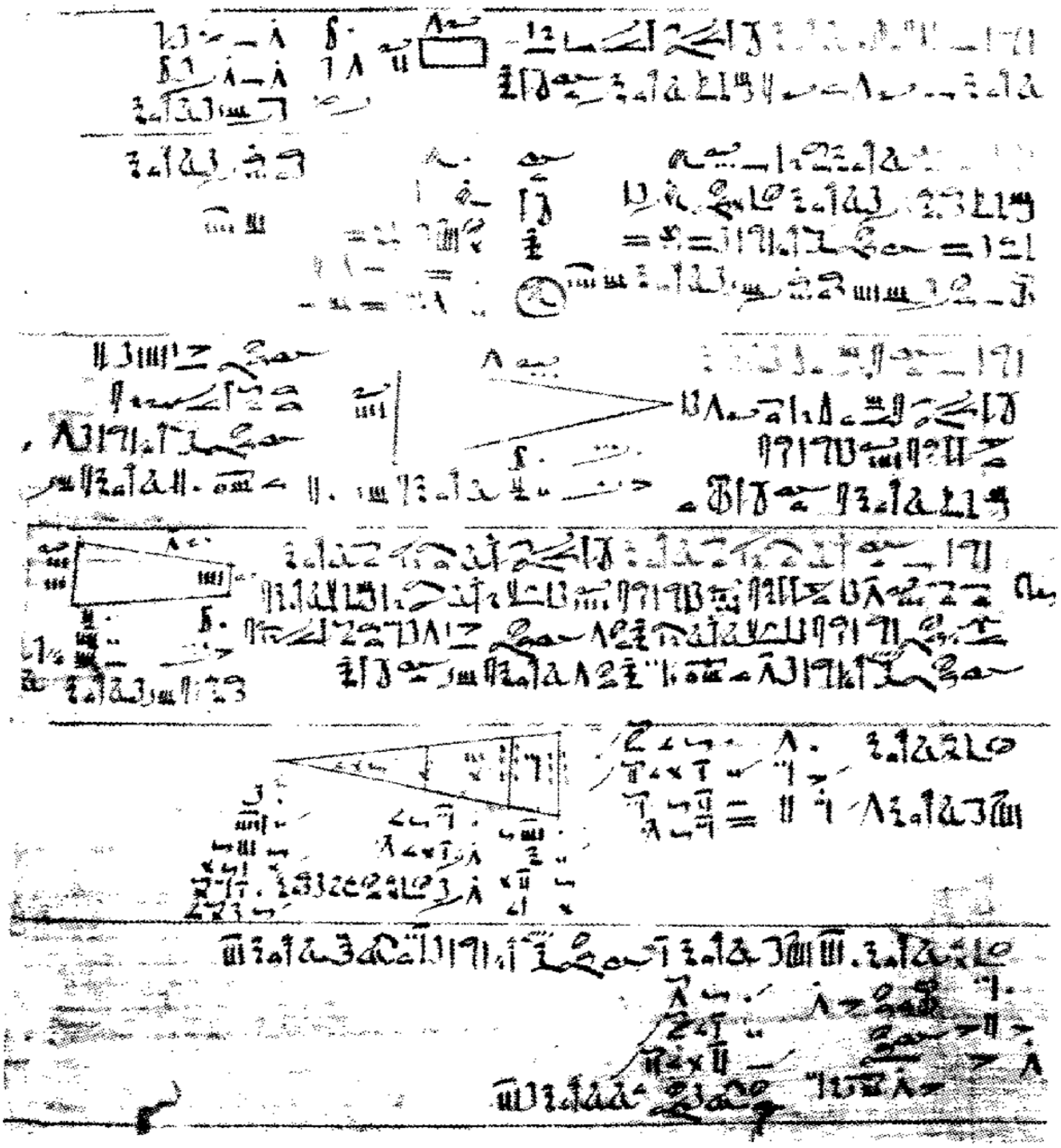
Un guerrer samurai té una espasa on hi porta gravat un nombre de nou xifres format per les xifres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 ordenades d'una manera especial:

Quan treu l'espasa de la funda i surt la primera xifra, aquesta és un nombre divisible per 1.
Quan estira una mica l'espasa i es veuen dues xifres, aquestes formen un nombre divisible per2.
Quan surt la tercera xifra, llavors es forma un nombre de 3 xifres divisible per 3.
Estirant una mica més fins tenir 4 xifres, el nombre que es llegeix és divisible per 4.
Amb cinc xifres a la vista, el nombre que formen és divisible per 5...
i així successivament, fins que tenim les 9 xifres a la vista que formen un nombre divisible per 9.

Esbrineu entre tot el grup de companys quin pot ser el nombre que porta gravat a l'espasa aquest guerrer? Us ajudarà molt recordar els criteris de divisibilitat. Organitzeu-vos i repartiu-vos bé la feina!

Problema 2: Fraccions de la unitat

La font principal de les matemàtiques egípcies és el PAPIRUS DE AHMES , que va escriure cap al 1650 ac, a partir d'una altra obra de tres segles d'antiguitat. Aquest papir també es coneix com el PAPIR de RHIND (Rhind és el col·leccionista que el va comprar el 1858 i després el donà al Museu Britànic)



Els egipcis treballaven amb nombres enters i fraccions de la unitat.
Coneixien uns algorismes per multiplicar i dividir que es basaven només en multiplicar i dividir per dos repetidament (No els calia saber les taules de multiplicar!)

Però el que és molt curiós és com descomponien les fraccions pròpies en suma de fraccions de la unitat.

Vegeu algunes descomposicions:

$$\frac{3}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{28} \qquad \frac{4}{11}=\frac{1}{3}+\frac{1}{33} \qquad \frac{8}{9}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{18}$$

Aquestes descomposicions no són úniques, és a dir, les fraccions poden descompondre en suma de fraccions de la unitat de vàries maneres. Gillings (1972) va estudiar algunes descomposicions i va concloure els criteris d'eficiència següents:

- Preferència per denominadors petits i menors que 900
- Preferència per un màxim de quatre sumands
- Preferència pels nombres parells, sobretot pel denominador de la primera fracció de la descomposició

Us proposem les activitats següents:

1 Obteniu almenys una descomposició en suma de fraccions de la unitat, de totes les fraccions pròpies amb denominador un número entre 4 i 9

$\frac{2}{4}=$
$\frac{3}{4}=$

$\frac{2}{5}=$
$\frac{3}{5}=$
$\frac{4}{5}=$

$\frac{2}{6}=$
$\frac{3}{6}=$
$\frac{4}{6}=$
$\frac{5}{6}=$

....

$\frac{2}{9}=$
$\frac{3}{9}=$
$\frac{4}{9}=$
...
$\frac{8}{9}=$

2 Escriviu una descomposició en suma de fraccions de la unitat, de totes les fraccions amb numerador 2 i denominador menor que 100.

Podeu generalitzar algun resultat? Qualsevol fracció pròpia amb numerador 2 és suma de dues fraccions de la unitat? Algunes descomposicions són úniques?

3 Escriviu una descomposició en suma de fraccions de la unitat, de totes les fraccions amb numerador 3 i denominador menor que 100

Pots generalitzar algun resultat? Qualsevol fracció pròpia amb numerador 3 és suma de dues o de tres fraccions de la unitat? Algunes descomposicions són úniques?